〔共同研究：泉州の歴史と文化〕

泉州の和算家

安　藤　洋　美*

泉州の和算家

(1)

江戸時代，数学を研究した人たちを和算家と言います。和算の源流は，中国の古い数学書の研究から発します。中国式代数である天元術（算木による代数）を，日本式に改良した代数である点竄術（てんざんじゅつ；筆算による代数）に組み替える試みの中で，和算は3代将軍徳川家光の頃から急速に発展しました。

泉州にも何人かの和算家がいたことが記録に残っています。それで，その人たちのことを紹介しましょう。

西脇利忠の『算法天元録』について

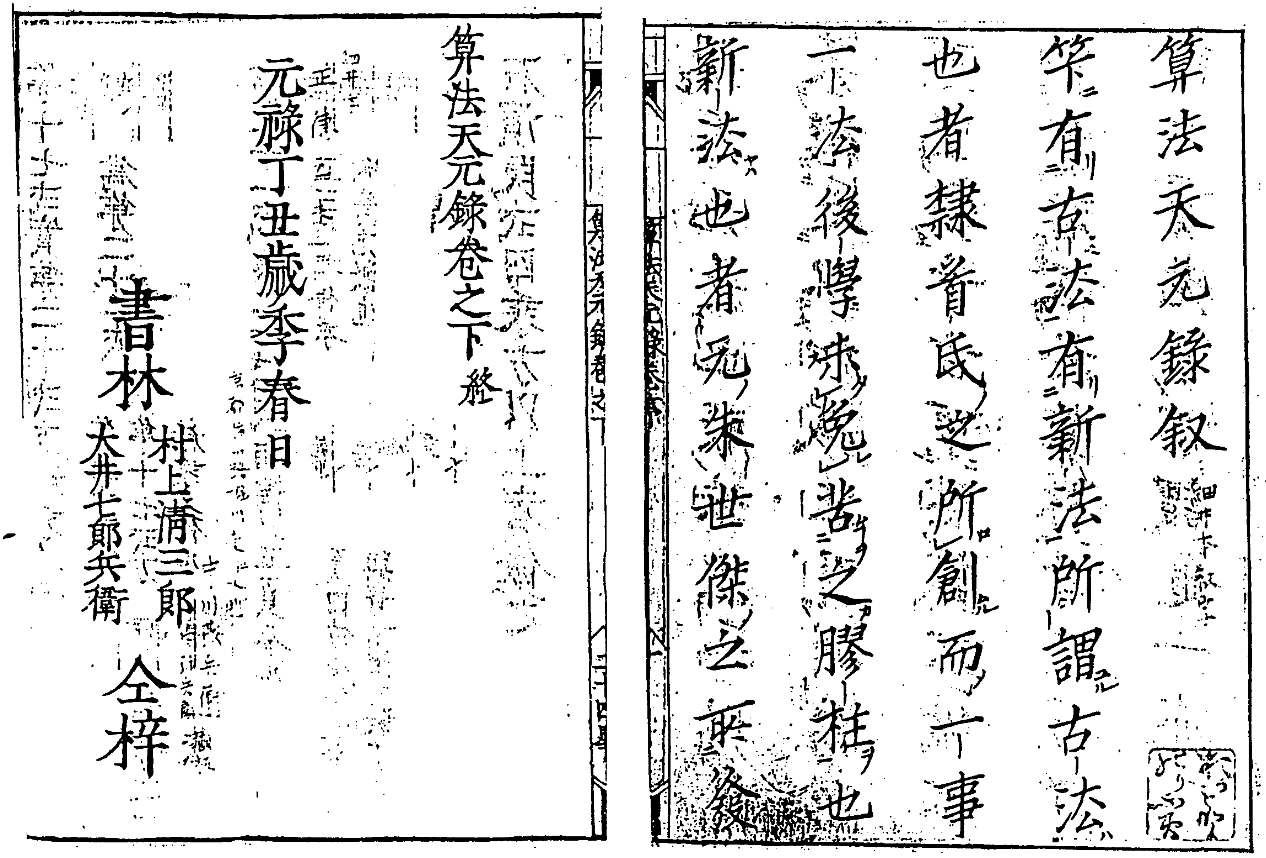
(2)

元禄丁丑（元禄10年，1697年）春に『**算法天元禄**』（上中下，全3巻）という本が出ました。これは現代式にいいますと，『代数学入門』とでもいうべき本です。上中巻の編集者は泉州の**西脇利忠**，校閲者が同じく泉州の中井就勝と淡路島の由良貞明となっています。下巻は編集者が泉南の西脇利忠，校閲者が由良貞明となっています。この本は京都の本屋さんで村上清三郎・大井七郎兵衛という人が出版しています。西脇利忠という人の経歴については，観菴石芝山と名乗る実兄が書いたこの本の序文の記事以外，何も分かっていません。芝山の序文には，この本は中国に古来から伝わる算法，特に元の朱世傑の天元術を解説したもの；天元術の解説書は今までなかったこと；それで霧の海の夜を照らす指針である術も知らずに多くの人が短慮にもこの術に挑んで挫折したこと；実弟の利忠がこの学問に螢雪の功を積み，ついに大家である朱世傑の域に達したこと；それで一書を著するに至ったこと；この書は全くの初歩から最後は率乗演段まで載せていること；などを記しています。そして芝山は自分のことを「江南の逸子」と称しています。江南（東成，西成，住吉，百済あたりを指す）に住む優れた人物と自称しているのですから，当時は名の知られた人だったのでしょう。この人や西脇利忠たちについては，今後篤学の士から何か情報が得られたらと思います。

(3)

では，この本は和算の中でどのような位置を占める本か説明しましょう。豊臣秀吉の晩年から徳川幕府初期の頃，日本に入っていた中国の数学書は南宋の『**楊輝算法**』，元の**朱世傑**の『**算学啓蒙**』，明の**程大位**の『**算法統宗**』などでした。前者の2つの書は算木による代数演算で方程式を表現して解くというものでしたが，天元術をこれらの書では深く説明するというものではありませんでしたから，我々の先祖は一種の暗号解きの要領で，代数学を勉強したものと思われます。その中に大坂川崎に住む橋本伝兵衛正数とその弟子の**坂口一之**（さかぐちかずゆき）がいました。坂口ははじめ大坂島屋町に，後に京都聚楽に住んだといいますから，純粋に関西の人です。坂口は『**古今算法記**』7巻（寛文10年，1671年）を著し，その中で諸問題を天元術で解いています。この本は純粋の専門書で，遺題15問が含まれています。**遺題**とは解答を示さず，問題だけを示したものです。この遺題を**関孝和**が解いて『**発微算法**』（延宝2年，1674年）として発表しました。しかし天元術の初歩からの解説書や教科書は出てませんでした。それで関孝和の高弟建部賢弘が元禄3年（1690）『**算学啓蒙**

*本学経済学部



算法天元録叙

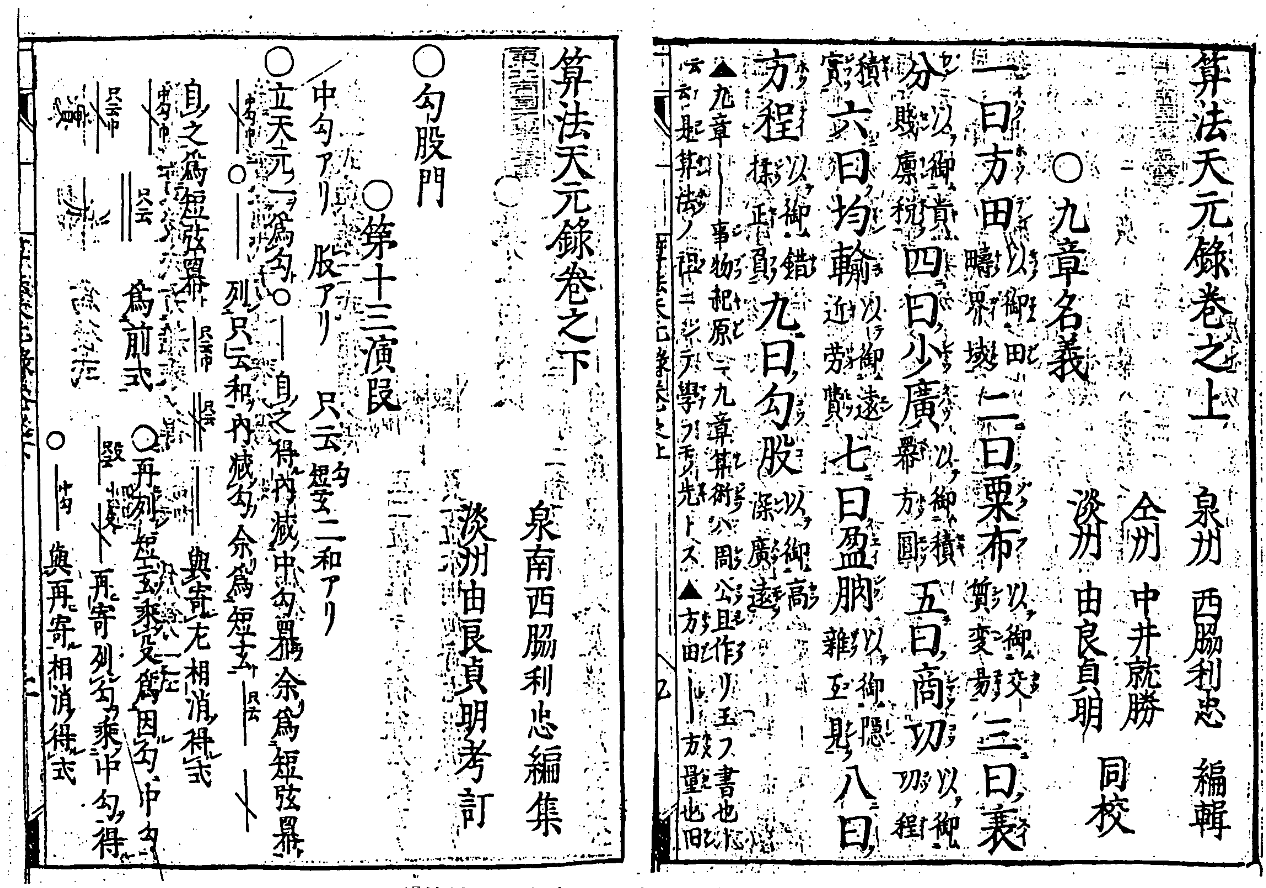
筭有古法有新法所謂古法也者隷首氏之所創而一事一法後學求究者之膠柱也新法也者元朱世傑之所發

算法天元録巻之下　終

元禄丁丑歳季春日

書林　村上清三郎　大井七郎兵衛　全梓

（『算法天元録』上巻の序の頁と下巻の奥付き）



算法天元録巻之上

泉州　西脇利忠　編輯

仝州　中井就勝　同校

淡州　由良貞明

○九章名義

一曰方田以御田疇界域　二曰粟布以御交質變易　三曰衰分以御貴賤稟税　四曰少廣以御積冪方圓　五曰商功以御功程積實　六曰均輸以御遠近勞費　七曰盈朒以御隱雜互見　八曰方程以御錯揉正負　九曰勾股以御高深廣遠

算法天元録巻之下

泉南西脇利忠編集

淡洲由良貞明考訂

○勾股門

○第十三演段

中勾アリ　股アリ　只云短弦二和アリ

○立天元一爲勾

（『算法天元録』の上巻と下巻の最初の頁）

諺解（げんかい）**大成**』を出し，多くの人々に読まれました。建部賢弘（1664-1739）26才の作品です。これは朱世傑の『算学啓蒙』（1299年）を解説したものです。この代数入門書が東国のものとしますと，関西の代数解説書が西脇利忠の『算法天元録』で，建部の本に遅れること7年後のものです。**西脇利忠**が沢口一之の弟子だったかどうかは分かりません。『**算法天元録**』が出た翌年の元禄11年に摂州高槻の**佐藤茂春**という人が『**算法天元指南**』という本を出しています。佐藤茂春が沢口一之の弟子だったことは記録に残っています。佐藤の本もよく流布したといわれます。西脇の『算法天元録』の第二版が正徳5年（1715年）に出ていますので，大阪の北と南で「代数学入門書」がよく読まれたものと思われます。

(4)

西脇利忠の『**算法天元録**』の内容を見て行きましょう。上巻は中国の漢の時代（B.C. 202-220）の古い算術書である『九章算術』とはどんな本か説明する「九章名義」と，数の加減法，乗除法，平方，立方，開平，開立，消去法など「天元規格」が説明されています。

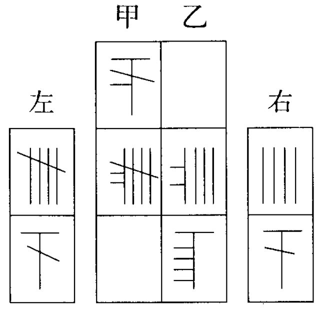
「それ天元（代数）を知らんと欲せば，まず格式（公式）を習うべし。加減因乗開法正負相消などなり。」

(1)**加入の格**（加法の公式）；$a+b$において加数bの正負はそのまま，異なる符号は相減じ，同符号は相加える。例えば$(-2)+5=3$, $(-3)+(-6)=-9$, $3+8=11$, $(-12)+3=-9$など。

(2)**減去の格**(減法の公式)；$a-b$において減数bの正負の符号を変えて，異なる符号は相減じ，同じ符号は相加える。例えば$6-(-2)=6+2$, $(-3)-(-7)=(-3)+7=4$, $(-3)-7=(-3)+(-7)=-10$, $\{(-9)+6\}-\{(-7)+(-2)\}=\{(-9)-(-7)\}+\{6-(-2)\}=(-2)+8$など。すっきりした現代式の法則ではなく，例から法則を帰納させる仕方の叙述をしています。

(3)**相乗自乗の格**（乗法公式）；$a(c+d)=ac+ad$, $(a+b)(c+d)=ac+bc+ad+bd$, $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$, $(a+b+c)(d+e+f)=ad+bd+cd+ae+be+ce+af+bf+cf$など。

（例）



$\{4+(-6)\}\{(-4)+(-6)\}$
$=(-16)+(-24)\cdots$甲
$+24+36\cdots$乙

最後は5項式×5項式の計算をしています。

(4)**販除開方の格**：この規則は単なる除法だけではなくて，2次方程式の解法から開平法まで極めて幅広い範囲の内容を取り上げています。現代記法で

$a\div b=c$ は（被除数）÷(除数)＝商

と名付けますが，これを

(実)÷(法)＝商；

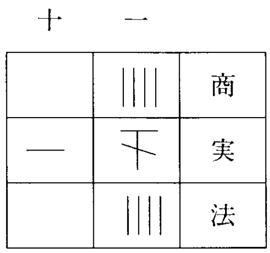
(じつ)÷(ほう)＝(しょう)

と名付けます。そして実や法が正負いずれの数でもよいとします。

> （例）16歩を以て負実とし，4歩を以て正法として之を商う。すなわち商4歩を得る。

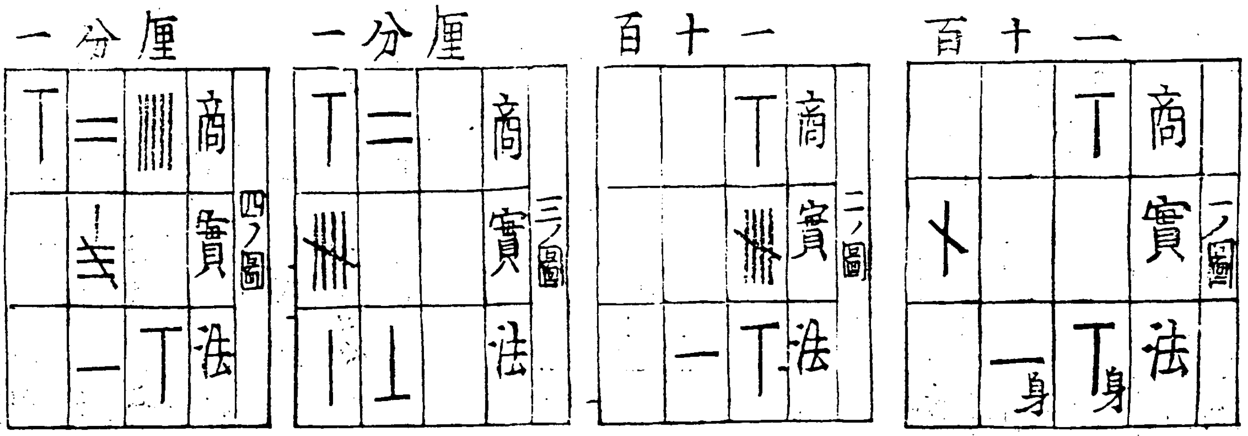
この割算を下に示すようなアルゴリズムの記法で書きます。この記法は沢口一之の『古今算法記』に初めて出て来るもので，それ以前の和算書には出てきません。

$(-16)\div 4=(-4)$



がこのアルゴリズムで表現されます。説明文は

「まず商を五と立てて法と相読んで，四五二十となる。これから実を引くが，不足する。ゆえに商として四を立て，法と相読んで，四四十六となるを以て，実を引くと，過不足な



（一の図）から（四の図）までは，現代記法で下のように示されます。ここで丸括弧内の数値は図の上では現れていません。

```
      6              6              6.2             6.25
16)−100        16)−100        16)−100        16)−100
                  (96)           (96)           (96)
                   −4             −40            −40
                                 (32)           (32)
                                                 −80
                                                 (80)
                                                  (0)
```

く（尽くして），商に四を得る。是れ実は負。法は正にて，結果は負になる。また実を正とし法を負にしても同様である」

と書いていますから，商は下がり九九で見つけていくこと，負数÷正数＝負数，正数÷負数＝負数という規則を例の中で示しています。

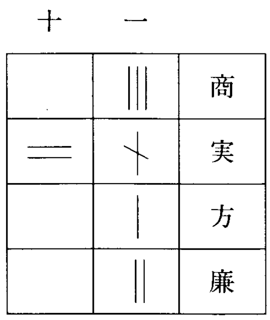
（例）100歩を以て負実とし，16歩をもって正法として之を除す。すなわち商は6歩2分5厘を得る。

この割算は上の図のように4段階に分けて能率悪く計算しています。これは算木を置いて計算する訳ですから，能率が悪いのは当然です。

(5)

未知数xの整式を表すのに，上から下へ順次，実級，方級，廉級，隅級と名付けます。定数項は実級；xの係数は方級；x^2の係数は廉級；x^3, x^4, …で最高次数の項の係数を隅級といいます。最高次数がx^5ならば，x^2, x^3, x^4, の係数は初廉，次廉，三廉などと呼びます。実（じつ），方（ほう），廉（れん），隅（ぐう）と読みます。

（例）21歩をもって負実とし，1歩をもって正方とし，2歩をもって正廉として，平方に之を開く。すなわち商3歩を得る。



これは2次方程式

$$-21+x+2x^2=0；つまり\ 21=x(1+2x)$$

を解くことに相当します。まず商3を立てて廉の2と掛けると6となり，方1とは同符号なので加えて方7となります。これと商3と相呼んで三七二十一，実と方は異符号なので，差し引き0になります。それで商は3という解法です。この方程式の場合，21を素因数分解して3×7と

すれば，$x=3$ であることは極めて明らかです。

（例）35歩をもって負実とし，22歩をもって正方とし，3歩をもって負廉として，これを平方に開く。商5歩を得る。

この問題は $-35+22x-3x^2=0$ を解けというものです。移項しますと，

$$35=x(22-3x)$$

となります。35の素因数分解は5×7ですから，$x=5$ とおけばよいということになります。

（例）35歩をもって負実とし，18歩をもって正方とし，1歩をもって負廉として平方にこれを開く。すなわち商2歩2厘1耗で尽きず，1041を得る。

文章を方程式に直しますと，$-35+18x-x^2=0$ を解けというものです。現在なら，中学3年で2次方程式の根の公式を習いますから

$$x=9\pm\sqrt{81-35}=9\pm 6.782232\cdots$$
$$=2.217767\cdots \text{または } 15.782232\cdots$$

となって，尽きずの意味も分かります。このように根が無理数になる場合，次のような方法を用いて解きました。いま

$$f(x)=-x^2+18x-35 \qquad (1)$$

とおきます。

x	0	1	2	3	4
$f(x)$ の符号	−	−	−	+	+

から，根は2と3の間にあります。はじめの方程式の根から2を減じた値を根にもつ方程式は，組立除法で

$$\begin{array}{c|cccc} 2 & -1 & +18 & -35 \\ & & -\ 2 & +32 \\ \hline 2 & -1 & +16 & \boxed{-\ 3} \\ & & -\ 2 & \\ \hline & -1 & \boxed{+14} & \end{array}$$

と計算され，$g(x)=-x^2+14x-3$ となります。さて

$$f_1(x)=10^2g(x/10)=-x^2+140x-300 \qquad (3)$$

という方程式を得ます。$f_1(x)$ の符号は

x	0	1	2	3	4
$f_1(x)$ の符号	−	−	−	+	+

となり，$f_1(x)=0$ の根は2と3の間，$g(x)=0$ の根は0.2と0.3の間にあります。次に $g(x)=0$ の根から0.2を減じた値を根にもつ方程式は，組立除法により

$$\begin{array}{c|cccc} 2 & -1 & +140 & -300 \\ & & -\ 2 & +276 \\ \hline 2 & -1 & +138 & \boxed{-\ 24} \\ & & -\ 2 & \\ \hline & -1 & \boxed{+136} & \end{array} \quad \cdots\cdots(4)$$

と計算され，$g_1(x)=x^2+136x-24$ という方程式を得ます。

$$f_2(x)=10^2g_1(x/10)=-x^2+1360x-2400 \qquad (5)$$

の符号を考えますと

x	0	1	2
$f_2(x)$ の符号	−	−	+

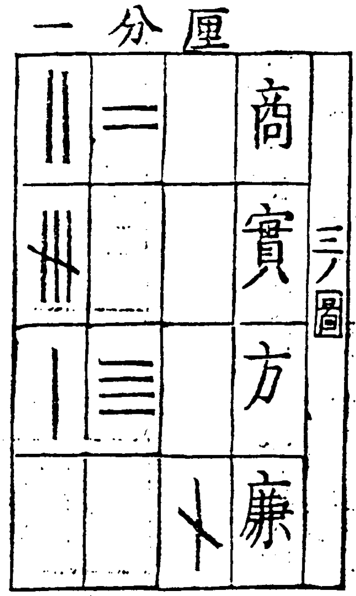
となって，$f_2(x)=0$ の根は1と2の間にあります。こうして元の方程式 $f(x)=0$ の根は $x=2.21$ に近いことが分かりました。後は1041という数字を出さねばなりません。$f_2(x)=0$ の根から1を減じた値を根にもつ方程式は，組立除法により

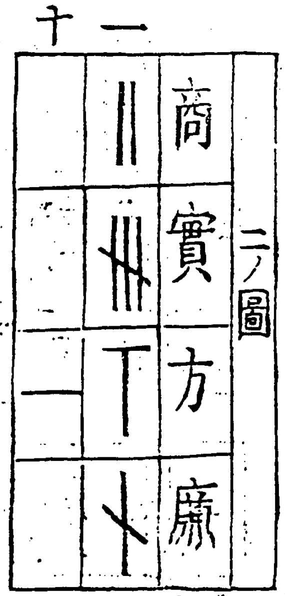
$$\begin{array}{c|cccc} 1 & -1 & +1360 & -2400 \\ & & -\ 1 & +1359 \\ \hline 1 & -1 & +1359 & \boxed{-1041} \\ & & -\ 1 & \\ \hline & -1 & \boxed{+1358} & \end{array}$$

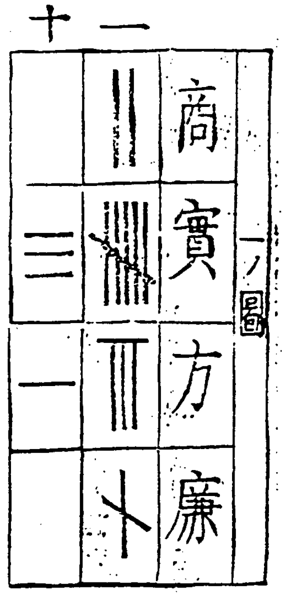
$$g_2(x)=-x^2+1358x-1041$$

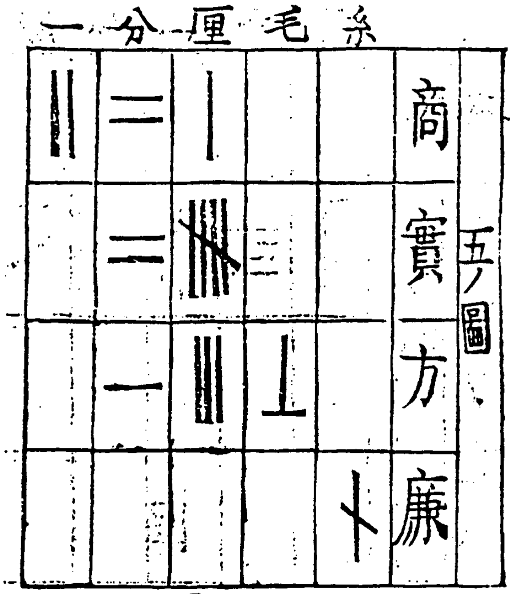
となります。$x=2.21$ を $-35+18x-x^2$ に代入しますと，値は -0.1041 となります。こうして，上の(1)，(2)，(3)，(4)，(5)はそれぞれ次頁の一の図，二の図，三の図，四の図，五の図で表現されています。

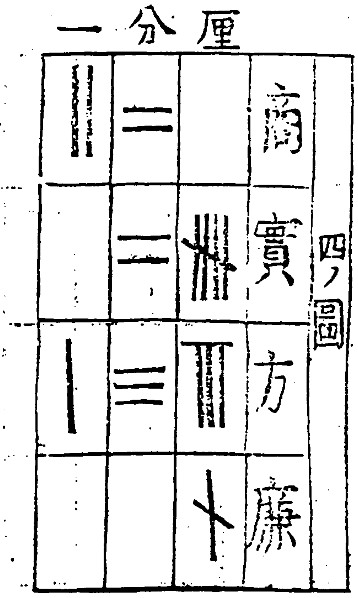
この解法は**ホーナーの方法**と呼ばれているものです。**ホーナー**（William George Horner; 1786-1837.9.22）はイギリスの学校の先生で，











この方法を王立協会の機関誌「哲学会報」109号，1819年，308-335頁に『**連続的な近似値によってすべての次数の数値方程式を解く新しい方法**(A new method of Solving Numerical Equations of all Orders by continuous Approximation)』と題して発表したのでした。彼は王立協会の会員ではありませんでしたから，会員のギルバート（Davis Gilbert）が代読し，機関紙に掲載されたものでした。この方法は方程式の根の公式を必要とせず，何次の方程式でも近似解を求めることができる点で，大変便利なものです。芝山の序文から判断しますと，西脇利忠は朱世傑の『算学啓蒙』(1299年）からこの方法を学んだと思われます。ホーナーより500年以上も前ということになります。

『算法天元録』の中からいくつかの例を練習問題として挙げておきます。

（例）645歩１分６厘を平方に開け。[上，16頁；$x^2-645.16=0$ を解け。]

（例）2518歩04厘を以て負実とし，62歩１分を以て正方とし，２歩５分２厘を以て正廉とし，２厘をもって負隅として，立方にこれを開く。[上，17頁；商は23歩；３次方程式 $-2518.04+62.1x+2.52x^2-0.02x^3=0$ を解け。]

（例）5359歩３分７厘５毛を立方に開く。[上，18頁；商17歩５分]

（例）20736歩を3乗方に開く。商12歩を得る。［上，19頁；現在では4乗のことを3乗方と呼ぶ。］

(6)

この後，相殺之格で多項式の減法を説明しています。

（例）4負実と7負方を左に寄せ，9負実と2正方を以て，左に寄せたると相消して販除式を得，5負実9正方となる。

これは $(-9+2x)-(-4-7x)=-5+9x$ であることを意味します。左に寄せというのは，同類項を左右に並べて，左に寄せた式（被減数）の符号を変えて，算木の処理をせよということです。

以上が『算法天元録』上巻の内容です。序文VI頁＋目次2頁＋28×2頁の比較的薄い本です。

(7)

『算法天元録』中巻は154頁を占めるこの本の中心部分です。上巻に載っている目録（目次）を下に示しておきましょう。

『九章算術』については小倉金之助先生の『支那数学の社会性――九章算術を通じて見たる秦漢時代の社会状態』(1934年）を初めとして，ごく最近では竹之内脩先生の『和算について』(Basic 数学, 1997年8月号，9月号）の中の『九章算術』の解説に至るまで，翻訳も含めて実にたくさんの解説がなされていますので，詳しいことは省きます。『算法天元録』では上巻の「九章名義」で

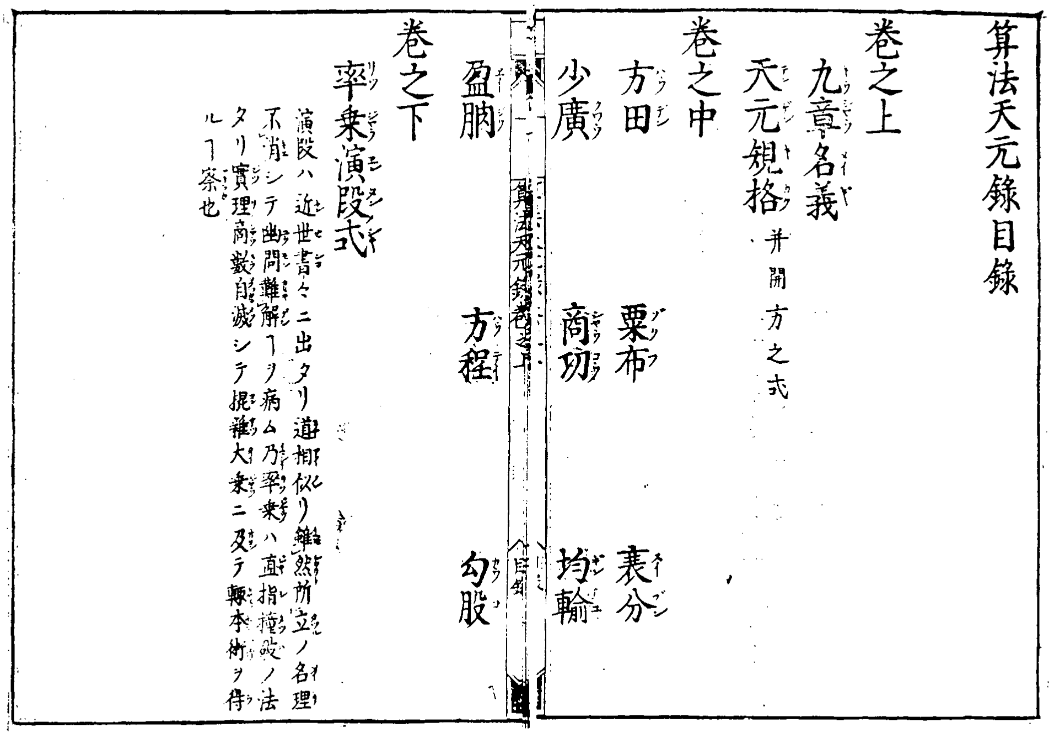
「事物起源に九章算術は周公旦作りたまう書なりと云々」

という言葉に始まり

「この勾股弦には種々無量の好みありて，算法の至極なり。学者これを自得せば諸術明訣たるべし。すなわち方田より方程に及んで統べて八章，およそこの一章にこもれり。誠に数学の蘊奥なり。」

で終わっています。算学ではなく数学という言葉がこの本に使用された居たことは驚きです。

中巻の内容は次の通りです；方田（ほうでん；直線図形や円の求積），粟布（ぞくふ；歩合算や比例算），衰分（すいぶん；相等算），少広（しょうこう；正方形・円の面積や立方体・球の体積など），商功（しょうこう；土木工事の工程や種々の立体の体積，容積），均輸（ぎんゆ；労賃・運賃など），盈朒（えいじく；過不足算），方程（ほうてい；正負の数の混じった連立方程式），勾股（こうこ；$a^2+b^2=c^2$ に関する問題）です。元の『九章算術』と問題数を比べてみま


算法天元録目録

巻之上

九章名義

天元規格 并開方之式

巻之中

方田　粟布　衰分

少廣　商功　均輸

盈朒　方程　勾股

巻之下

率乗演段式

演段ハ近世書々ニ出タリ邇擬似リ雖然所立ノ名理不能シテ幽問難解ヿヲ病ム乃率乗ハ直指積設ノ法タリ實理商数自滅シテ提維大乗ニ及テ輙本術ヲ得ルヿ察也

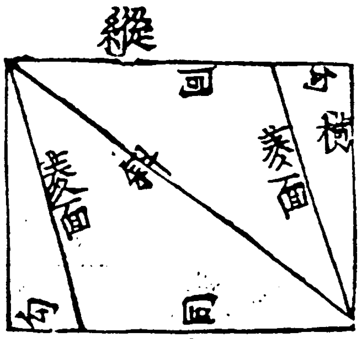
	方田	粟布	衰分	少広	商功	均輸	盈朒	方程	勾股
『九章算術』	38	16	20	24	28	28	20	18	24
『算法天元録』	9	8	9	14	19	6	7	5	17

すと次の通りです。

問題数が少ないということは，かなり問題を精選したものと思われます。しかし『九章算術』の問題と『算法天元録』の問題で同じものはあまりありません。和製に作り替えられているようです。以下，各門一題ずつ（商功は三題）紹介しておきます。

この巻から，和算書の特徴である，問に曰く，答に曰く，術に曰くの書式になっています。

> **（方田）** 例えば直田（長方形の田）あり。縦6歩，横3歩，今図のごとく斜（対角線）を用いて菱の長さとして池を穿つ。菱面の各々いくらを問う。



天元の一と立てて菱面とします（菱面の1辺の長さをxとする）。縦＝菱面＋勾だから，$(6-x)^2+3^2=x^2$，$45-12x+x^2=x^2$；上巻の相殺の規則で，x^2 を相殺し，$45=12x$；$x=3.75$。

> **（粟布）** 例えば，穀（こめ）2688石あり。白米となさしむに穀1石につき搗き賃5升。すなわちこの穀の内を以て与えるとき，搗き穀と賃穀各々いくらかを問う。

未知数xを搗き穀の量とします。賃穀は$0.05x$，それで$x+0.05x=2688$。$x=2688/1.05=2560$石，賃穀は$0.05x=128$石。このことから，当時の口銭は5％程度だったことが分かります。

> **（衰分）** 例えば，人ありて銀を借る。その原数を知らず。ただ曰く。年毎に銀を返すこと3貫目，年毎に利銀を増すこと1倍。今3年にてあたかも返し尽くす。原銀いくらと問う。

未知数xを原銀とします。1倍は現在の2倍，利銀は利息の掛かるお金ですから1年後の利銀は$2x-3$，2年後の利銀は$2(2x-3)-3$，3年後の利銀は

$$2\{2(2x-3)-3\}-3=8x-21=0$$

を解くことになり，$x=2.625$（2貫625匁）です。すごい高利貸の問題です。

> **（少廣）** 例えば，方地の内に円池あり。外余の積21歩8分4厘。只いわく。潤さ各々1歩5分，方円各々いくらかを問う。

この頃の和算家たちは円周率を 3.16, $\sqrt{10}$ で代用していました。$\pi/4=0.79$ です。円径（直径）をxとしますと

$$(3+x)^2=0.79x^2+21.84,$$

これを解いて$x=2$となります。

円周率を3.16とした最初の人は吉田光由，3.14としたのは播州赤穂の武士，村松茂清の『算俎（さんそ）』（寛文3年，1663年）で，彼は円に内切する正2^{15}角形の周の長さから3.1415926という数値を出したのでした。余談になりますが，村松茂清の養子村松喜兵衛秀真と子の村松三太夫高直は赤穂47士の義挙に参加し，吉良邸に討ち入ったことが分かっています。播州浅野藩は常陸笠間から移封されたので村松茂清は元来関東の人で，関西の人々となじみがなかったかも知れません。しかし村松より8年後，沢口

一之は『古今算法記』巻4で，π（円周法）として3.142を使っています。1700年を過ぎますと，大阪に宅間流という和算一派ができ，その三代目の鎌田俊清は1722年（享保7年）『宅間流円理』の中で，円に外切，内切する正2^{44}角形を作って，πの値を小数点以下24桁まで正しく求めています。同年江戸の建部賢弘も『綴術算経（てつじゅつさんけい）』でやはりπの値を求めています。これは師の関孝和の研究をさらに精密にしたものです。ですから，$\pi=3.16$を西脇利忠が使っていることは，彼が当時の主たる和算家たちと没交渉だった証拠のように思われます。

> **（均輸）** 例えば，銭55貫文あり。甲乙に貸す。甲は1年にて元利あわせて返すこと33貫文。乙は2年にて元利併せて返すこと49貫文。また甲は貫毎に年利乙より少なきこと300文。甲乙元銭年利各々いくらと問う。ただし乙は利にまた利を加う。

この問題は1年以上にまたがる借金は複利で元利が計算されることを意味します。甲の1貫あたりの利銭をxとします。そのとき，題意により

$$甲(1+x)=33 \quad ①$$

$$(55-甲)(1+x+0.3)^2=49 \quad ②$$

となります。②の両辺に$(1+x)$を掛け，①の左辺が出れば33と置き換えますと

$$(22+55x)(1.3+x)^2=49(1+x)$$

となります。整理して

$$-11.82+101.15x+165x^2+55x^3=0$$

となります。(6)節で述べましたホーナーの方法で$x=0.1$が出て来ます。こうして，甲は元銭30貫文，貫ごと年利100文；乙は元銭25貫文，貫ごと年利400文となります。

> **（商功）** 例えば，路あり。南北4275里。甲は北より南へ往く。乙は南より北に往く。甲は日に歩むこと120里，乙は日に歩むこと70里。甲乙幾日にて相会うかを問う。

相会う日数をxとします。4275里から甲の行程$120x$里を引いたものが，乙の行程になりますから

$$4275-120x-70x=0$$

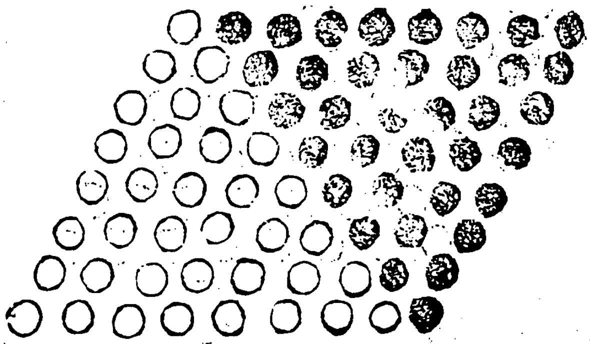
です。$x=22.5$日となります。

この旅人算出会いの問題で，一日の行程が120里≒480kmというのは奇異に感じられます。恐らく，この問題は『九章算術』からそのまま借用した問題と思われます。周の時代，1里＝405mということですから，それなら甲は1日48.6km，およそ12里歩いたことになります。この距離は1日で歩けないことはありませんが，それでも韋駄天だと思います。この外，旅人算追い付きの問題もこの章にあります。また，「5人の人が20里の道を行く。備えの馬は4匹。各々馬に乗れる里数を求めよ」のような一種の数学遊戯の問題（これは吉田光由の『塵劫記』の巻3に出ています）もあります。

> **（商功）** 例えば，一面の平錘（堆）あり。底の濶り8個。総積いくらかを問う。

これは俵杉算と呼ばれたものです。底の濶（かつ，ひろさ）を並べて8個，上の1個を加えて共に9個。これに底の濶を掛け，数72を得る。折半して36個。

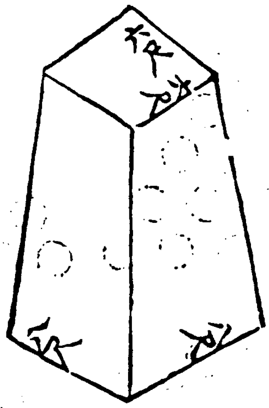
これは図を見れば，解法は一目瞭然です。

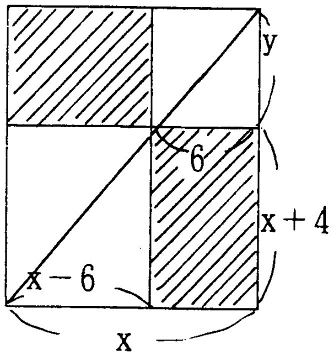


> **（商功）** 例えば方台（底が正方形の角錐台）あり。（体）積は592歩，上方（上底の1辺）6尺。ただに曰く，下方より高さの長きこと4尺。各々いくらか。

下方（下の底の1辺の長さ）をxとします。方台の高さは$x+4$です。次頁右図で斜線部は等しいですから，$(x-6)y=6(x+4)$となります。それで方台の体積は

$$x^2(y+x+4)/3-36y/3=592,$$





両辺を3倍しますと

$(x^2-36)y+x^2(x+4)=1776$,

$6(x+6)(x+4)+x^2(x+4)=1776$,

それで整理しますと

$-1632+60x+10x^2+x^3=0$

となります。これを解きますと $x=8$, 従って，下底8尺，高さ12尺となります。

(方程) 例えば，硯3個，墨5匣（こう），筆9枝共に価810文；また硯4個，墨6匣，筆7枝共に価890文；硯5個，墨7匣，筆8枝共に1貫060文；硯，墨，筆各々の価はいくらかを問う。

硯1個の価を x としますと

$810-3x=$墨5匣＋筆9枝　①

$890-4x=$墨6匣＋筆7枝　②

$2760-12x=$墨18匣＋筆24枝　③

③の両辺を3で割りますと

$920-4x=$墨6匣＋筆8枝　④

②と④を比較しますと，筆1枝＝30文となります。この価を①と②に代入して

$540-3x=$墨5匣　①′

$680-4x=$墨6匣　②′

それで

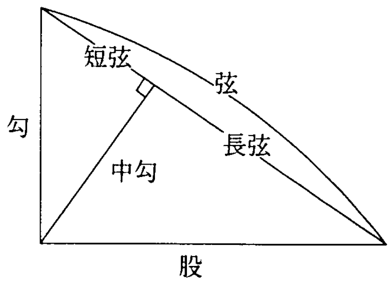
$140-x=$墨1匣

これを①′に代入しますと

$540-3x=700-5x$, $-160+2x=0$, $x=80$；結局硯80文，墨60文，筆30文。

(8)

『算法天元録』中巻の「勾股」の部は，前言で述べられた通りかなり難しい。直角三角形において，図のように



と名称をつけます。ピュタゴラスの定理

勾²＋股²＝弦²

は説明されていないで，既成事実として使用されています。こういったように，この本は入門書のようで，そうでなく，いろいろな知識を前提として利用しています。以下，数題の例題とその解を紹介します。

(例2) 勾股の和が7歩，また勾弦の和が8歩という。勾はいくらかを問う。

勾を x とおきます。股は $7-x$ です。弦は $\sqrt{x^2+(7-x)^2}=8-x$ ですから，両辺を平方し，整理しますと $15-2x-x^2=0$ となります。この根は $x=3$ です。

(例3) 積（面積）60歩有り。勾と弦のと和を25歩とする。勾はいくらかを問う。

勾を x とします。積が60ですから，股は $120/x$ です。勾と弦の和は25ですから

$\sqrt{x^2+(120/x)^2}+x=25$

を得ます。x を移項して，平方をとりますと

$x^2+(120/x)^2=(25-x)^2$,

整理しますと

$-14400+625x^2-50x^3=0$

となります。この方程式の根は $x=8$ です。

(例5) 長弦と股の和は18歩とする。中勾と短弦の和は10歩5分。中勾はいくらかを問う。

中勾を x とおきます。短弦＝$10.5-x$, 長弦＝18－股，となります。

$x^2=$長弦・短弦＝股²－長弦²

となります。それで

(18－股)$(10.5-x)=$股²－(18－股)²

$189-10.5$股$-18x+$股$x=-324+36$股,

となります。この式から

股$=(513-18x)/(46.5-x)$

となります。それで

$18-$股$=324/(46.5-x)$,

$x^2=324(10.5-x)/(46.5-x)$,

分母を払って整理しますと

$3402-324x-46.5x^2+x^3=0$

を得ます。この根は$x=6$となります。この問題の最終の方程式を西脇利忠は間違えています。また中勾$^2=$長弦・短弦の性質もここで突如使用されています。

> (例6) 積(面積) 6歩あり。中勾と股の和は6歩4分という。股はいくらかを問う。

股をxとおきます。勾$=12/x$, 中勾$=6.4-x$となります。さて,

中勾$^2=$長弦・短弦

ですから

中勾$^4=$長弦^2・短弦^2

$=(x^2-$中勾$^2)($勾$^2-$中勾$^2)$

です。それで

$(6.4-x)^4=\{x^2-(6.4-x)^2\}\{(12/x)^2-(6.4-x^2)\}$

となります。これを展開して, 整理しますと

$-5898.24+1843.2x-40.96x^4+12.8x^5-x^6=0$

が出て来て, この根は$x=4$です。従って, 股$=4$歩となります。

> (例8) [直角三角形に円が内接しているとして] 積は3.36歩, 股と円径の和は6。円径はいくらかと問う。

円径をxとします。股$=6-x$, 勾・股$=2$(面積)$=6.72$ですから,

勾$=6.72/(6-x)$,

さらに

円径(勾$+$股$+$弦)$=4$(面積)$=13.44$,

それで

弦$=13.44/x-($勾$+$股$)$,

ピュタゴラスの定理, 勾$^2+$股$^2=$弦^{2}に上式を代入しますと

勾$^2+$股$^2=\{13.44/x-($勾$+$股$)\}^2$

$=13.44^2/x^2-26.88($勾$+$股$)/x+$勾$^2+2$勾・股$+$股^2

となります。それで

$$\frac{13.44^2}{x^2}-\frac{26.88\left\{6-x+\dfrac{6.72}{6-x}\right\}}{x}+13.44=0$$

両辺を13.44で割りますと

$$\frac{13.44}{x^2}-\frac{2\{(6-x)^2+6.72\}}{(6-x)x}+1=0,$$

整理して

$80.66-98.88x+30x^2-3x^3=0$

となります。この根は$x=1.2$になります。

この例で, 三角形の周を$2s$, 内接円の半径をrとしますと, 面積はrsであることが, 既に分かっているものとして使用されています。

> (例10) 勾と股の和は7歩, 長弦と中勾の和は5歩6分。長弦はいくらかを問う。

長弦をxとします。仮定より中勾$=5.6-x$, 勾$+$股$=7$です。これ以外に, 中勾で分割された2つの三角形は相似ですから, 股:長弦$=$勾:中勾です。それで

股$:x=7-$股$:5.6-x$

となります。それで

$x(7-$股$)=$股$(5.6-x)$,

つまり, 股$=7x/5.6$です。それで股$^2=$中勾$^2+$長弦^{2}をxの式で表しますと

$(7x/5.6)^2=(5.6-x)^2+x^2$,

整理しますと

$983.4496-351.232x+13.72x^2=0$

となり, この方程式の根は$x=3.2$。長弦は3歩2分です。

この問題でも2つの三角形の相似に関する知識は既知のものとしています。

> (例14) 股と弦の和が9歩, 勾と中勾の和が5歩4分。股はいくらかを問う。

股をxとします。弦は$9-x$です。もう一つの仮定から勾$+$中勾$=5.4$。一方, 三角形の相似性からx:中勾$=$弦:勾となります。勾$x=$中勾$(9-x)$から

$($勾$+$中勾$)x=9$中勾,

それで　中勾$5.4x/9=0.6x$
となります。それで

$$勾=5.4-中勾=5.4-0.6x$$

です。従って，勾股弦の定理により

$$(5.4-0.6x)^2+x^2=(9-x)^2,$$

整理しますと

$$-51.84+11.52x+0.36x^2=0$$

となり，この根は$x=4$となります。

この後3つの例題があります。問題と答だけ列挙しておきます。

(例15) 弦^2＋中勾＝27歩4分，股^2＋円径＝18歩ならば，弦はいくらかを問う。
答は，5歩。

(例16) 面積が12歩，弦＋股＋長弦＝12歩2分ならば，弦はいくらかを問う。
答は，5歩。

(例17) 円径＋中勾＝4歩4分，股＋弦＝9歩ならば，円径はいくらかを問う。
答は，2歩。

これら問題はいずれもそんなに簡単に解ける問題ではありません。大学受験問題のつもりで挑戦して見るのも，一興かと思います。

(9)

『算法天元録』の下巻は2部からなり，I部は中巻の「勾股弦の門」の（例13）から（例17）までの解法の詳述です。II部は**率乗演段**と題して，2つの平方式，2つの立方式，2つの4乗式から未知数を消去する方法の解説がなされています。率乗演段という言葉はこの本の中にのみあって，他の本には見かけないものです。一つだけ例を挙げておきます。

$$前式\quad -a+bx+cx^2 \qquad (1)$$

$$後式\quad d-ex+fx^2 \qquad (2)$$

において，(1)×c，(2)×fを計算します。すると

$$-af+bfx+cfx^2, \qquad (3)$$

$$cd-cex+cfx^2, \qquad (4)$$

となります。(3)－(4)としますと

$$-(af+cd)+(bf+ce)x \qquad (5)$$

として，x^2の項が消去（相消）できます。次に$-a$×(2)，d×(1)を計算しますと

$$-ad+aex-afx^2 \qquad (6)$$

$$-ad+bdx+cdx^2 \qquad (7)$$

となります。(6)－(7)としますと

$$(ae-bd)x-(af+cd)x^2 \qquad (8)$$

となります。(5)式の定数項と(8)式を掛けますと

$$-(af+cd)(ae-bd)x+(af+cd)^2x^2 \qquad (9)$$

となり，(8)式のxの係数と(5)式を掛けますと

$$-(af+cd)(ae-bd)x$$
$$+(ae-bd)(ce+bf)x^2 \qquad (10)$$

となり，(9)－(10)を計算しますと

$$(af+cd)^2=(ae-bd)(ce+bf),$$

つまり

$$ace^2+abef-2acdf-a^2f^2-c^2d^2-bced$$
$$-b^2df=0$$

であれば，x^2は消去されるということを説明しています。立方式などの場合も同様の手続きで，未知数xの冪を消去できますが，このような消去法は，2つの方程式

$$-a+bx+cx^2=0 と d-ex+fx^2=0$$

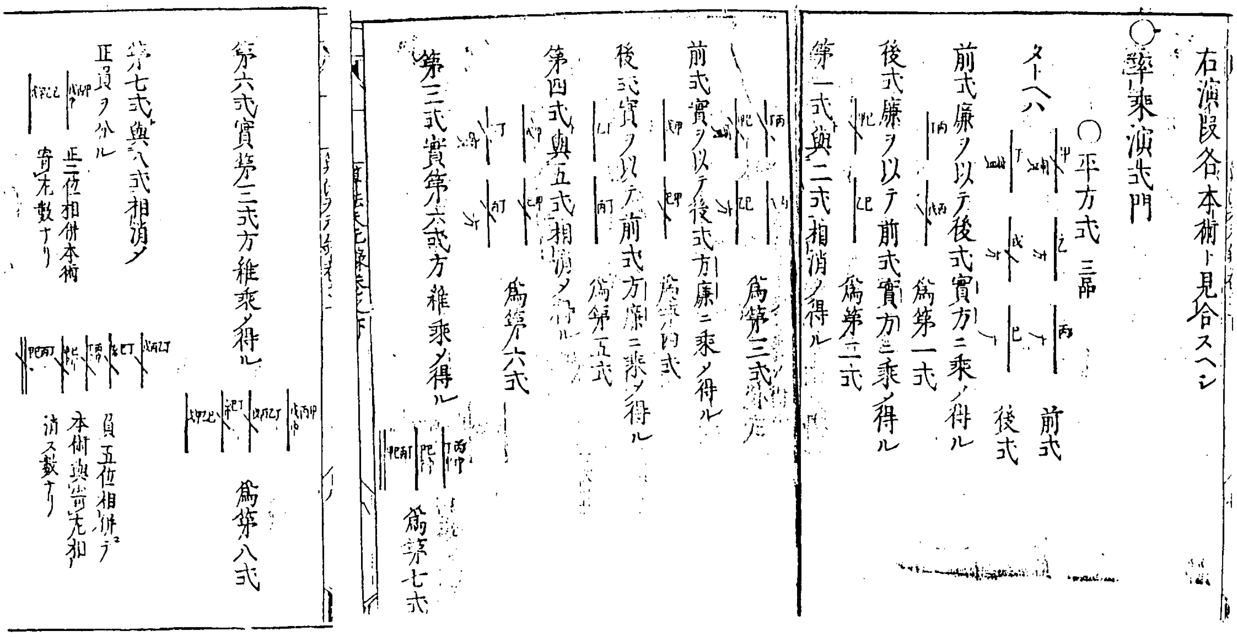
の**終結式**(resultant)を求めたことになります。要するに終結式とは，2つの方程式から未知数xを追い出したときの最後の結果を意味します。次頁の図は上の説明部分の所の原文で，左側最後の上の2つの式が正の符号部分，下の5つの式が負の符号部分を示します。

因みに，ヨーロッパで終結式を初めて論じたのは**オレイル**(Leonhard Euler; 1707.4.15-1783.9.18)で，『**消去の課題について**(Über den Eliminationsaufgabe)』と題して，「ベルリン科学アカデミー紀要(Histoire de l'Académie de Berlin)」の1748年号(出版は1750年)の234-248頁に発表しました。ですから，50年も前に泉州で終結式が論じられていたことは驚きであり，序文で実兄が誇らしげに率乗演段で本文を締めくくると言っているのもうなずけることです。
現在なら次のようにします。

$$f(x)=-a+bx+cx^2=0,$$
$$g(x)=d-ex+fx^2=0$$

の共通根をαとしますと

$$f(\alpha)=0,\quad \alpha f(\alpha)=0,$$
$$g(\alpha)=0,\quad \alpha g(\alpha)=0,$$


右演段各本術ト見合スヘシ
○辟乗演式門
○平方式 三品
タトヘハ
前式
後式
前式廉ヲ以テ後式實方ニ乗ノ得ル　為第一式
後式廉ヲ以テ前式實方ニ乗ノ得ル　為第二式
第一式與二式相消ノ得ル　為第三式
前式實ヲ以テ後式方廉ニ乗ノ得ル　為第四式
後式實ヲ以テ前式方廉ニ乗ノ得ル　為第五式
第四式與五式相消ノ得ル　為第六式
第三式實第六式方維乗ノ得ル　為第七式
第六式實第三式方維乗ノ得ル　為第八式
第七式與八式相消ノ正負ヲ分ル
正二位相併本術寄左數ナリ
負五位相併テ本術與寄左和消ス數ナリ

が成立します。$ad \neq 0$ と仮定しますと，当然 $\alpha \neq 0$ です。従って

$$\begin{cases} -a+b\alpha+c\alpha^2=0 \\ -a\alpha+b\alpha^2+c\alpha^3=0 \\ d-e\alpha+f\alpha^2=0 \\ d\alpha-e\alpha^2+f\alpha^3=0 \end{cases}$$

が0でない α をもつためには，係数の行列式が

$$\begin{vmatrix} -a & b & c & 0 \\ 0 & -a & b & c \\ d & -e & f & 0 \\ 0 & d & -e & f \end{vmatrix} = 0$$

でなければなりません。この4次の行列式を展開しますと『算法天元録』の結果と同じものが得られます。

田中芳洲の『勾股泝原』

(10)

次に登場する泉州の和算家の著書は，**田中芳洲**が校閲し，その門人たる岩本梧友が著した『**勾股泝原**（こうこそげん）』です。この本は泉州堺の鰯屋藤兵衛が版元になって，安永8年（1779年）11月に出版されました。本の末尾に『**勾股泝原続集**』という続巻が出ることの予告がされております。この書は勾股弦の難問や，剪管（せんかん；合同式の解法）・消長（しょうちょう，消去算）・朶畳（だじょう；Σn^p を求めること）などの新しい術を述べる」と書かれていますが，この続刊が出たのかどうかは分かりません。この本は9節，40頁，序文の白文以外は全部片仮名まじり文から成っています。

(11)

第一節は「勾股弦原委矩率（げんいくりつ；みなもとかねのり）の弁」と名付けられています。今後，勾股弦のことをピュタゴラス数とも呼ぶことにします。この中で

「さて，新たにピュタゴラス数を求めるのに，演算，天元，開方，除法などのむつかしい術を借りなくても，ただ乗法だけを用いて，勾股弦の3数それぞれ奇零（はした）のないものを何千例も，自由自在に作り出せることは極めて容易である。思うにこの術は算術家の一大工夫にして，古来算術のいろいろな本にも載っておらず，千年にわたって発表されなかった術で，玄中の玄，妙中の妙と言うべし」

と大言壮語していますが，実際はそれ程程度の高い本ではありません。

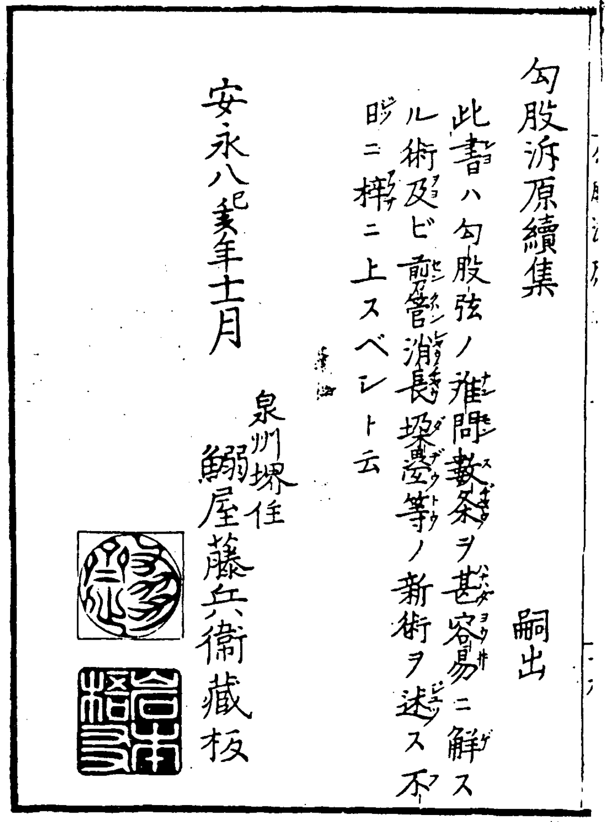
甲，乙2数があって，甲<乙とします。この数の甲乙を率（のり）とします。例えば，甲=1，乙=2としますと，これを

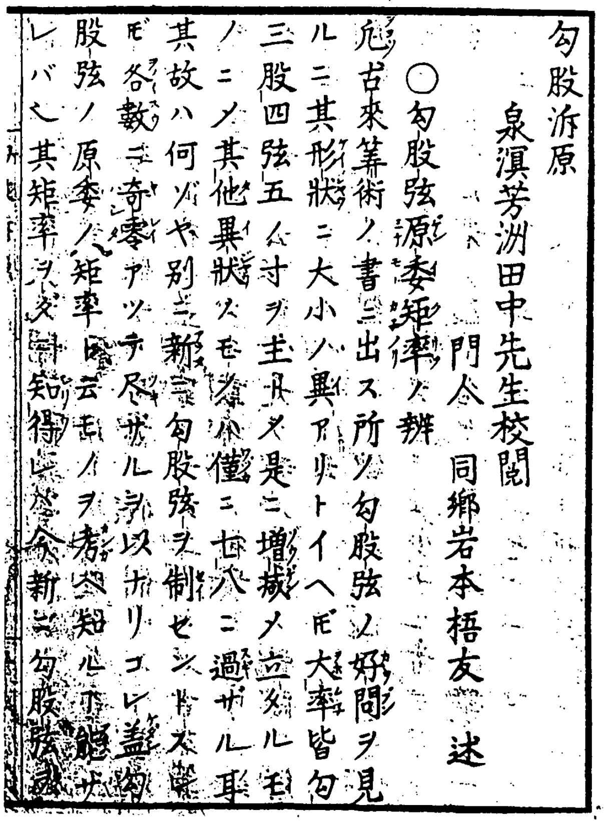
甲1，乙2の矩（かね）

と称します。そして

$\boxed{\text{甲}^2+\text{乙}^2\text{を弦，乙}^2-\text{甲}^2\text{を勾，2甲乙を股}}$

と呼びます。それは


勾股泝原續集　嗣出
此書ハ勾股弦ノ雑問数条ヲ甚容易ニ解スル術及ビ諸数消長増減等ノ新術ヲ述ス不日ニ梓ニ上スベシト云
安永八己亥年十一月
泉州堺住
錫屋藤兵衛蔵板


勾股泝原
泉涯芳洲田中先生校閲
門人　同郷岩本梧友　述
○勾股弦原矩率ノ辨
古来算術ノ書ニ出ス所ノ勾股弦ノ形問ヲ見ルニ其形状ニ大小ノ異アリトイヘドモ大率皆勾三股四弦五ノ寸ヲ主トシテ是ニ増減シテ立タル題目ノミニシテ其他異状ノモノ僅ニ二三ニ過ザル事其故ハ何ゾや別ニ勾股弦ヲ制セシトキハ必各数ニ奇零アツテ尽ザルノ以アリコレ蓋シ勾股弦ノ原矩ノ矩率ヲ云モノヲ知ルコト能ザレバ其矩率ヲ以テ計知得ル…今新ニ勾股弦ノ…

$$(乙^2-甲^2)^2+(2甲乙)^2=(甲^2+乙^2)^2$$

となるからです。

例えば，甲1，乙2の矩では弦は5，勾は3，股は4です。

甲2，乙8の矩では弦は68，勾は60，股は32です。

そして

「この一条は，芳洲先生矩率の詳義を口授の後，再びこれを筆記して授けられたのを，筐中に蔵して珍重したものなり。今から記す諸条はすべて私がこの矩率の伝を敷衍して，さらに発明したものを，自ら筆記して遺忘に供するものなり」

と述べています。それでこの本は岩本梧友との共著と言えます。

(12)

第二節は「前以て弦寸を定め，勾股各々に端数なきを求める例」と題されています。

（例1）弦3尺5寸のとき，勾，股はいくらか？

弦＝1尺のとき，勾＝6寸，股＝8寸だから，これらを3.5倍して，

勾＝2尺1寸，股＝2尺8寸。

（例2）弦1尺の勾・股を知ろうと欲せば，甲＝1，乙＝3の矩を原矩と定め，これから次第に矩率を求めて，勾股を任意に定めよ。

甲＝1，乙＝3の矩で弦1尺，勾6寸，股8寸。

甲＝6，乙＝8の矩で弦1尺，勾2寸8，股9寸6。

甲＝2寸8，乙＝9寸6の矩で弦1尺，勾5寸376，股8寸432。なぜなら

$甲^2+乙^2=100,\ 乙^2-甲^2=84.32,\ 2甲乙=53.76$

となるからです。

（例3）甲＝1，乙＝3の矩で，弦1尺，勾6寸，股8寸から始まり

$$勾乙+股甲=18+8=26,\ 股乙-勾甲=24-6=18$$

を改めて，それぞれ乙と甲とします。すると

$$甲^2+乙^2=676+324=1000,\ 乙^2-甲^2=676-324=352,\ 2甲乙=936$$

となりますから，弦1尺，勾3寸52，股9寸36となります。この新しい勾股に対し

勾乙＋股甲＝10.56＋9.36＝19.92，

股乙－勾甲＝28.08－3.52＝24.56

となります。これらをそれぞれ新しい甲乙としますと

弦＝甲^2＋乙^2＝396.8064＋603.1936

＝1000,

勾＝乙^2－甲^2＝206.3872,

股＝2甲乙＝978.4704

となります。

「弦1尺の勾股を求めるには，甲一乙三矩を原矩と定め，これより次第に変化して，あるいは甲六乙八矩，あるいは甲二八乙九六矩などをば求め得て，これをもって得るところの勾股は各々その寸が変わるといっても，弦は皆1尺を得るなり。故に右の諸矩をば求一矩（きゅういちかね）と称するなり。」

このことは弦が必ずしも1尺でなくても構いません。使用する矩と求一矩とを相乗じ，相和し相減じて矩を求め，その矩をもって得る弦寸は皆同じ寸になります。

第三節は「前以て股寸を定めて，勾弦各々は端数無きを求むる術」と題されています。

（例4）股2尺＝20寸のとき，弦勾に端数なきようにせよ。

20寸を折半して10とします。この数は甲乙の積の値と考えます。2を法として10を割りますと，商5を得ます。それで乙＝5，法2＝甲とします。乙－甲が大きいのでこの甲乙の組は捨てます。4を法として10を割りますと，商2.5を得ます。それで甲＝2.5，乙＝4の矩のとき

弦＝乙^2＋甲^2＝$4^2+2.5^2$＝22.25,

勾＝乙^2－甲^2＝$4^2-2.5^2$＝9.75,

股＝2甲乙＝20

となります。岩本梧友は乙＝5，甲＝2を矩とすることを排除していますが，乙－甲の差が大きいというのは，恣意的な判断で，排除する理屈は不明です。この場合でも，弦＝29，勾＝21，股＝20となって，立派なピュタゴラス数です。

第四節は「前以て勾寸を定めて，股弦各々に端数なきを求める術」が取り上げられ，第三節と同様にして求められます。

(13)

第五節は「前以て円径を定めて，勾股弦各々端数なきを求める術」と題されています。

（例5）円径＝2尺4寸＝24寸を折半し，甲＝12，乙＝13の矩とします。それで，弦＝$13^2+12^2=313$，勾＝$13^2-12^2=25$，股＝$2\times12\times13=312$となります。

直角三角形の内接円の半径をrとします。$2r$＝円径です。甲＝r，乙＝$r+1$の矩を取ります。それでx＝勾＝$2r+1$，y＝股＝$2r+2r^2$，z＝弦＝$2r^2+2r+1$となります。さてこの三角形の面積は$S=xy/2=r(r+1)(2r+1)$。一方，$2s=x+y+z$とおきますと，$rs=r(2r^2+3r+1)=r(r+1)(2r+1)=S$となり，この解き方の正しいことが分かります。

第六節は「勾股弦および中勾に端数なきを求める術」と題して，ピュタゴラス数が与えられたとき，有限小数で表現できる中勾を求めようというものです。

（例6）甲＝3，乙＝7の矩を用いますと，勾＝4寸，股＝4寸2分，弦＝5寸8分となります。これらを原勾，原股，原弦と名付け，

勾＝原勾×原弦＝4.0×5.8＝2尺3寸22,

股＝原股×原弦＝4.2×5.8＝2尺4寸36,

弦＝原弦^2＝5.8^2＝3尺3寸64,

中勾＝原勾×原股＝4.0×4.2＝1尺6寸8

となります。

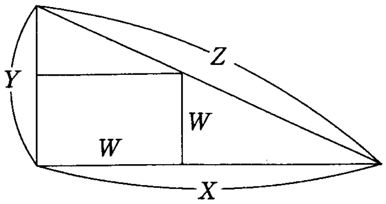
この解き方が正しいことは，次のようにして証明されます。ピュタゴラス数をx, y, zとします。$x^2+y^2=z^2$です。$X=xz$，$Y=yz$，$Z=z^2$とおきますと，

$$X^2+Y^2=x^2z^2+y^2z^2=(x^2+y^2)z^2=z^4$$
$$=Z^2$$

となり，X，Y，Zもまたピュタゴラス数で，直角三角形の3辺を形成します。それで，2面積＝XY＝(中勾)Zですから，中勾＝$XY/Z=xzyz/z^2=xy$となります。

第七節は「勾股弦および方面に端数なきを求める術」と題されています。

（例7）直角三角形に正方形を内接させ，その面寸（1辺の長さ）と勾股弦の端数なきものを求めよ。甲＝3，乙＝7の矩に対し，ピュタゴラ



ス数は4.0,4.2,5.8,となります。これらを原勾，原股，原弦として

勾＝原勾(原勾＋原股)＝4×8.2＝32.8,

股＝原股(原勾＋原股)＝4.2×8.2＝34.44,

弦＝原弦(原勾＋原股)＝5.8×8.2＝47.56,

方面＝原勾×原股＝4×4.2＝16.8

となります。この例が正しいことは次のようにして証明されます。原ピュタゴラス数を x, y, z としますと，

$X=x(x+y)$,

$Y=y(x+y)$,

$Z=z(x+y)$,

これらの X, Y, Z は

$X^2+Y^2=(x+y)^2(x^2+y^2)=Z^2$

となって，再びピュタゴラス数を形成します。これらの数を３辺とする直角三角形に１辺の長さ W の正方形を内接させますと

$(X-Y):W=W:(Y-W)$,

整理して，$W=XY/(X+Y)=xy(x+y)^2/(x+y)^2=xy$ となります。

第八節は「勾股弦の３つの和をもって各々端数なきを知る術」と題されています。

（例８）三辺の和が２尺４寸のとき，勾股弦それぞれを問う。

勾股弦を x, y, z とし，仮定から $x+y+z=24$ です。それを折半した12を 甲＋乙 として，甲と乙の矩を作ります。12を被除数とし，仮に 乙＝2 として，12を乙で割りますと，商は６となります。6－2＝4＞2 ですから，甲は４になり得ません。それで 乙＝3 としますと，12÷3＝4,4－乙＝4－3＝1＜乙 となりますから，甲＝1 となります。それで 甲＝1，乙＝3 の矩に対して

y＝勾＝乙^2－甲^2＝8,

x＝股＝2甲乙＝6,

z＝弦＝乙^2＋甲^2＝10，かつ $x+y+z=24$

となります。

これも一般的に証明できます。$2s=(x+y+z)$ が与えられたとします。

甲＝s/乙－乙＝(s－乙^2)/乙＜乙

という条件を，甲乙は満たしていなければなりませんから，乙^2＞s/2 を満たす甲乙を矩とします。x＝2甲乙，y＝乙^2－甲^2，z＝乙^2＋甲^2 ですから，

$x+y+z$＝2乙^2＋2甲乙＝2乙(甲＋乙)

＝2乙×s/乙＝2s

であることが確かめられます。

第九節は「勾股弦の寸を倍し，あるいは半とし，その矩の増減を知る術」と題されています。

（例９）甲＝3，乙＝7の矩にて，勾＝４尺，股＝４尺２寸，弦＝５尺８寸となり，各辺を２倍して，勾＝８尺，股＝８尺４寸，弦＝１丈１尺６寸の矩はいくらか。

元の甲乙をそれぞれ原甲，原乙とします。倍加したピュタゴラス数の矩は

乙＝原甲＋原乙＝10，甲＝原乙－原甲＝4

となります。

このことも一般的にピュタゴラス数を２倍したものの矩を $M, N(M<N)$ とします。それで

2(乙^2＋甲^2)＝N^2+M^2,

4甲乙＝N^2-M^2,

2(乙^2－甲^2)＝$2MN$,

従って，上２式を加えますと

$2N^2$＝2(甲＋乙)^2，∴N＝甲＋乙

これを最後の式に代入しますと，M＝乙－甲 を得ます。

このような内容が，『勾股泝原』の内容です。『明治前日本数学史』［Ｖ巻，523頁］には「幼稚なもの」と書かれていますが，ともすれば一貫性のない解き方の和算の中で，この著作はピュタゴラス数を１つの視点に立って論じている点で，評価し直しても良いと思います。この本は**シェルピンスキ**(ポーランドの指導的数学者)の『ピュタゴラスの三角形』(1959年）という本の前半と叙述の仕方が似ています。

武田真元のこと

(14)

西脇利忠や岩本梧友などの著書はこれまで詳しく調べられていませんでした。また人物についても情報は著書の中に断片的に書かれていることしか分かりませんでした。しかし泉州堺出身の武田真元については『明治前日本数学史』にも，小倉金之助『日本の数学』(岩波新書）にも，遠藤利貞『増修日本数学史』にも詳しく書かれています。

武田真元（徳之進；？-1846.12.26；弘化3年）は，字が子孚または之孚（ゆきさね)，号は真空堂または無量斎といいました。彼は幼い時に浪速に出て，御堂筋の畳商の所へ丁稚奉公に上がりました。向学心が旺盛だったのでしょう。村井宗矩(むらいむねのり；求林と号す；1754-1817.3.17,文化14年）のもとに通って算術を勉強しました。村井宗矩は大阪瓦町東横堀の角にあった「かぎ七」の屋号をもつ昆布問屋の主人でした。この頃官学である関流数学を誹謗し，自ら最上流（さいじょうりゅう）を興した会田安明(あいだやすあき；延享4年1714-文化14年1817）という当時の独創的数学者の門弟の一人が村井宗矩で，『算法演段10册』を著している市井の学者でした。村井宗矩が死ぬとき，高橋至時（よしとき）と同門の坂正永の遺書と最上流の書物を譲られた竹田真元は，これらを一所懸命研究して一派をなしたのでした。蘭書『ラランデ暦書』の訳者として有名な高橋至時は，大阪御定番同心のとき，天文家の麻田剛立（？-1799；寛政11年）のもとに弟子入りしました。そのときの同門が坂でした。

小倉金之助の『日本の数学』87頁に「大阪の暦算家」と題する掛軸が載っています。それには，坂正永，村井求林，間重富，武田真元と，しょぼくれた暦の宗家土御門公が描かれています。真元は一時暦算の宗家の土御門家に弟子入したのですが，昔の格式だけで生きている公家と相容れることはなく，主計正の肩書を貰って浪速に帰ったようです。『真元算法』（弘化2年，1845年）には武田主計正真元と名乗っていますから，彼が京都にいたのは，それより前のことです。

武田真元は大阪道修町5丁目に塾を構え，たくさんの門弟を育てました。墓は現在大阪市天王寺区下寺町1丁目の光明寺にあるといいます。

(15)

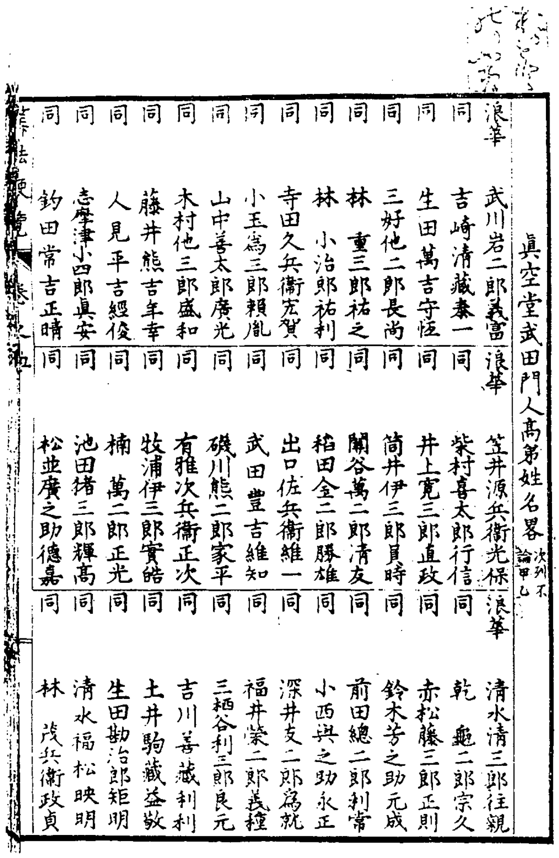
武田真元はたくさんの本を書きました。その中に『**算法便覧**』10巻（文政9年，1826年）があります。当時の数学ハンドブックといったものです。この第五巻の最初に自分の門弟109人の名簿を載せています（18，19頁の図参照)。大部分の門弟は大阪の人ですが，遠くは播磨や美濃の国の人までいます。意外なことに泉州の人は堺の苦谷平助国世だけです。

それにしても武田真元という人は豪気な人と思われます。彼は元々商家に奉公に上がったのですから，武士ではありません。数学の弟子入りしたのも，商家の村井求林のところでした。武士である高橋至時が弟子入りした麻田剛立は豊後杵築藩士でしたから，武士が武士の所に習いに行くのは当然ですし，商人が商人の所へ習いに行くのもごく自然です。『算法便覧』の自序で，彼は自分を武田篤之進源真元と書いています。武田信玄が源義光の子孫であることは確かですが，堺出身の武田真元が源の姓を名乗るのは，単なる塾の権威付けだけではないように思われます。そして『算法便覧』第五巻の109人の門弟の名前は皆武士のような名前ですが，果たして何人が武士なのか分かりません。それのみか，二本差しが鯛をもって子供の入門を頼みに来る図まで載せています。こんなところにも江戸の権力に対する浪速の心意気，武士に対する商人のど根性を感じざるを得ません。この本から読み取れる情報は，いろいろな教訓を含んでいるように思います。

また彼は無量斎と号していますが，無量とは無限大に近い大きな数の単位ですから，自ら器の大きな人と称するのですから，図太い神経の持主のように思われます。

(16)

武田真元の『算法便覧』はおよそ200年程前の吉田光由の『塵劫記』(寛永11年，1627年）にも



眞空堂武田門人高弟姓名畧 次列不論甲乙

浪華 武川岩二郎義富
同 吉崎清藏泰一
同 生田萬吉守恆
同 三好他二郎長尚
同 林重三郎祐之
同 林小治郎祐利
同 寺田久兵衛宏賀
同 小玉爲三郎頼胤
同 山中善太郎廣光
同 木村他三郎盛和
同 藤井熊吉年幸
同 人見平吉經俊
同 志摩津小四郎眞安
同 釣田常吉正晴

浪華 笠井源兵衛光保
同 柴村喜太郎行信
同 井上寛三郎直政
同 筒井伊三郎員時
同 關谷萬二郎清友
同 稲田金二郎勝雄
同 出口佐兵衛維一
同 武田豊吉維知
同 磯川熊二郎家平
同 有雅次兵衛正次
同 牧浦伊三郎實皓
同 楠萬二郎正光
同 池田猪三郎輝高
同 松並廣之助德嘉

浪華 清水清三郎往親
同 乾亀二郎宗久
同 赤松藤三郎正則
同 鈴木芳之助元成
同 前田總二郎利常
同 小西與之助永正
同 深井支二郎爲就
同 福井榮二郎義橦
同 三栖谷利三郎良元
同 吉川善藏利利
同 土井駒藏益敬
同 生田勘治郎矩明
同 清水福松映明
同 林茂兵衛政貞

匹敵するもので，その間の数学の進歩も取り入れた内容のものになっています。図版も多く，和算について書かれた一般向け解説書などに掲載されている図は，殆どといっていい程，この本から取られています。全部で10巻本ですが，第１巻は算盤の解説で，ここで乗法の九九，除法用の九九が出てきます。第二巻から第四巻までは大阪商人として必要な算術の知識が「日用篇」「年中篇」の内容として問題形式で披露されます。

例えば，第二巻では「金銭米相庭割りの大意」として，銭相庭の割り，銭相庭早割りの法，金相庭の割り，米売買の算，絹布の算，俵杉うえ算，毛見の法，量考の法などが，平方術（２次方程式），招差術（差分法），剰一術（じょういち；不定方程式 $ax-by=1$ の解など），自約術（因数分解など），朶積術（だせきじゅつ；Σn^p）などの方法を使って解かれます。この巻では２次方程式 $x^2=a\quad b$, $x(x+a)=b$ の解の作図が「コンパス開平方」として紹介されています。

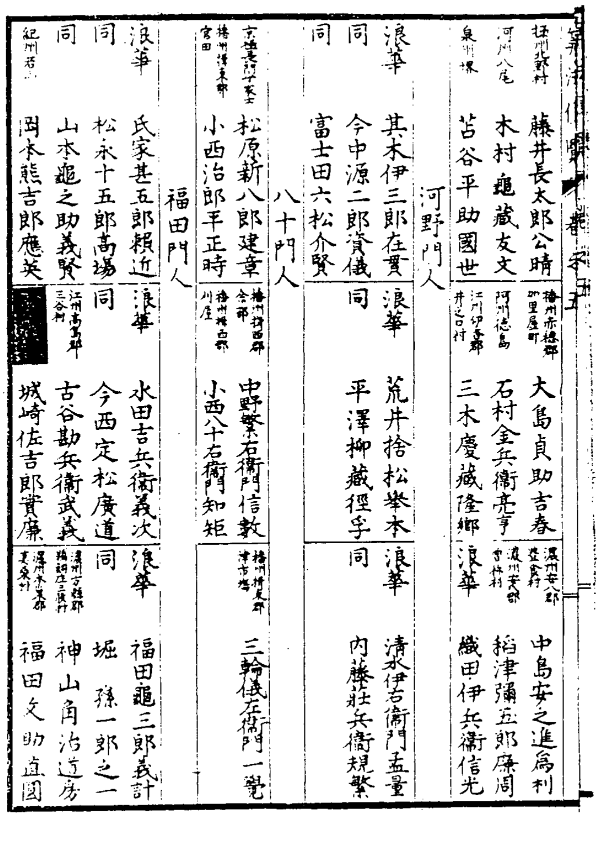
第三巻・第四巻の「年中篇」には，江戸大坂の刻差を求める法，初売りの算，七種（ななくさ）を売る算，粥杖うつ祝儀を取る算，骨正月（こしょうがつ）に鰤を買う算，薪能役者再会を知る法，彼岸の中日長短の時刻を知る法，伊吹山艾売りの算，凧のぼし糸の長さを知る算，出替奉公人労銀積りの算，吉野山の桜に短冊を付ける算，江戸浅草祭日蓑市の算，山王祭神供料を取る算，住吉祭りに竹馬を買う算，粽を撒く人数積りの算，梅雨など風雲の窮理算法，植付け人数積りの算，氷室の算，祇園祭地の口を納むる算，来年の土用を知る暦法，醤油仕込銀の事，天神祭り篝火の代銀積りの法，七夕の説，二星黄赤経緯度表，七夕の笹売買の算，踊り子定人数を積る算，踊り子周径等しくすべき算，相撲桟敷値段を分かる法，名月の芋算用の事，８月16日婁宿の事，質物銀を以て月数を知る法，重陽菊の酒の算，上下のさや豆を買う算，麹を入れる桶を作る算，御霊祭肴市の算，炉を開き板間を多く取る算，十屋袋米積りの算，誓文払い商いに膳料を引く算，冬至および二十四気を

同 手塚寅藏恭綱　同 山口富三郎豊紀　水野市太郎治暉
同 岡田卯之助勝長　同 永岡新藏寛方　久保田仙太郎通文
同 佐々木虎之助秀躬　同 中山直七爲李　片岡吉二郎芳玄
同 平尾莊五郎寔辰　同 政田傳兵衛房敬　山田掃部誠備
同 木本富藏茂春　同 岡本久五郎昌富　中村辰三郎當厓
同 沼要人以寧　同 飯田丈二郎忠景　中磐政七郎清房
同 西島爲三郎定仲　同 上谷元三郎滿基　楠木和五郎宣武
同 田邊義助尹氏
同 原田卯之助榮精
同 谷勇二郎延好
同 辻捨吉駿悟
同 北條旭五郎君肅
同 惠川富松速齊
同 池島安太郎輔晃
同 重浦龜十郎定政

同 井上忠兵衛博敎
同 橋本平吉有壽
同 安田甚吉善總
同 疋田芳二郎泰持
同 村田常三郎泰吉
同 川中熊藏攝衛
同 小林源吉美視
同 片桐吉二郎村彦
同 殿井新助紹近　同 今井總兵衛元一　同 中西文吉膺容
同 井和佐吉之助因喬　同 松原兵吉承卿　谷治三郎繼衛
同 野村曾根之助純香　同 小林卯一郎貿豐　福田虎之助福易
同 井上熊藏重親　同 佐々木安二郎興郊　桃井常二郎來陰
同 櫟徳二郎孝倫　同 林良之助昭里　武田長三郎惟只
同 中村市兵衛致當　同 德田竹二郎顯康　田中平吉主盈
同 横田德兵衛休遠　同 長野莊兵衛熙晉　鶴田金三郎隆董

推す暦法，大根鶉胡蔔を買う算，節分を知る暦法，事始め煤はらいの算，平均餅と鏡餅を拵ゆる算などの表題から，当時の実用算術がどんなものであったかが伺えます。

表題が親しみやすいものであるにもかかわらず，これらの問題を解く方法は第二巻で出てきたもの以外に，剪管術（せんかん；合同式 $ax \equiv b(\mathrm{mod.}\ m)$ の解など），極数術（最大・最小問題），斎約術（さいやく；$1/N$ を循環小数になおすこと，循環節の位数をもとめること），勾股術（ピュタゴラスの定理の使用），列子術（植木算；碁石並べ），零約剰一法（れいやくじょういち；無理数の近似分数を求めること），円理（積分）など，当時知られていた多くの数学的知識を駆使しています。



藤井長太郎公晴　大島良助吉春　中島安之進爲利
河州八尾 木村龜藏友文　石村金兵衛亮享　稲津彌五郎廉周
泉州堺 笘谷平助國世　三木慶藏隆鄉　浪華 織田伊兵衛信光

河野門人
浪華 其木伊三郎在貫　浪華 荒井捨松攀木　浪華 清水伊右衛門孟量
同 今中源二郎資儀　同 平澤柳藏徑孚　同 內藤莊兵衛規繁
同 富士田六松介賢

八十門人
松原新八郎建章　中野繁右衛門信敎　三輪儀左衛門一覺
小西治郎平正時　小西八十右衛門知矩

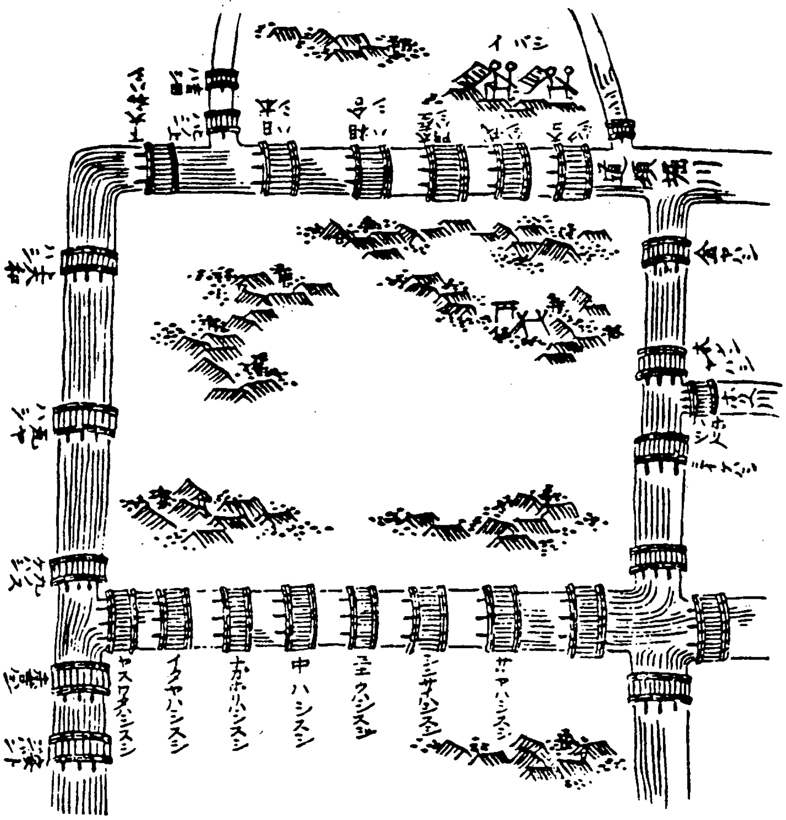
福田門人
浪華 氏家甚五郎賴近　浪華 水田吉兵衛義次　浪華 福田龜三郎義計
同 松永十五郎高揚　同 今西定松廣道　同 堀孫一郎之一
同 山本龜之助義賢　古谷勘兵衛武義　神山角治道房
紀州若山 岡本熊吉郎應英　城崎佐吉郎貫廉　福田文助直圖

(17)

武田真元はたくさんの本を書きました。先の『算法便覧』以外に

(A)『**真元算法**』（全３巻，付録題言１巻）（弘化２年，1845年）

この本の序文は，泉州岡田の玉田庄兵衛橘秀行が序文を書いています。泉州岡田は現在の泉



南市岡田（南海電鉄岡田浦周辺）です。

この本には「浪速二十八橋知恵渡り」という問題が取り上げられています。

「今図の如く二十八橋あり。いずれの橋よりなりとも渡り始め，同じ橋を二度渡らぬよう，満ちはいか様に廻るとも苦しからず，元の橋詰へ帰り来るよう工夫ありたし。ただしこの渡りやう別に伝授書なくとも，浪速の地理をよくよく考へ渡るときは自然に渡れるなり。」

この問題は1736年オイレルがケーニヒスベルクの橋の問題として提起したものです。オレイルの場合，橋の数は７でしたから，浪速の場合は橋の数が多く複雑そうに見えますが，解く原理は同じです。このトポロジーの最初の問題が和算で取り上げられたのは真元の本が最初です。

(B)『**算法摘要大全**』８巻（弘化２年，1845年）

この本は大阪松邨九兵衛版として出版されています。巻７は

$a_1x \equiv b_1 (\mathrm{mod}.\ m_1), a_2x \equiv b_2 (\mathrm{mod}.\ m_2),$
$\cdots, a_nx \equiv b_n (\mathrm{mod},\ m_n)$

を解く方法，つまり剪管法が解説されています。巻８は点竄術の解説で，その中で開平方商数として，二重根号のついた無理数，$\sqrt{2 \pm \sqrt{2}}$, $\sqrt{2 \pm \sqrt{2 \pm \sqrt{2}}}$, …を求めています。

(C)『**階梯算法**』３巻（文政３年，1820年）

この本は江戸日本橋の須原屋，大阪心斎橋の河内屋，京都寺町の天王寺屋などで販売されていたことが奥付けに書かれています。この本では，$x^3 = a$ を解くのに x_0 を適当に取って初商といい，

$x_1 = (x_0 + 2\sqrt{a/x_0})/3$ を次商，
$x_2 = (x_1 + 2\sqrt{a/x_1})/3$ を三商，…

と称して，根の逐次近似を行なっています。

この他にも，武田真元の本はたくさんあります。彼は泉州の人というより，大阪の成功した数学塾頭というのが通説ですから，彼の著書の詮索にこれ以上のめり込むのは止めておきます。

(18)

以上のように和泉の国が文化的に不毛だったとは考えられません。和算の発祥の頃は，『算法天元録』からも分かるように，当時としてはかなり程度の高いものを江戸と張り合って研究する人達がいたことが分かります。しかも，叙述

(二)　大 阪 府

①　住吉神社　文化三年（一八〇六）奉納
所在地　池田市住吉二丁目三番八号

②　服部天神社　天保十四年（一八四三）奉納
所在地　豊中市服部元町一ノ二ノ一七

③　総持寺　弘化三年（一八四六）奉納
所在地　茨木市大字総持寺

④　住吉神社　嘉永元年（一八四八）奉納
所在地　池田市住吉二丁目三番八号

⑤　畑天満宮　嘉永五年（一八五二）奉納
所在地　池田市畑三丁目十五番八号

⑥　総持寺　嘉永七年（一八五四）奉納
所在地　茨木市大字総持寺

⑦　八所神社　安政四年（一八五七）奉納
所在地　茨木市忍頂寺二五八

⑧　意賀美神社　文久元年（一八六一）奉納
所在地　枚方市枚方上之町一番一二号

⑨　宝池寺　文久二年（一八六二）奉納
所在地　茨木市忍頂寺三〇四

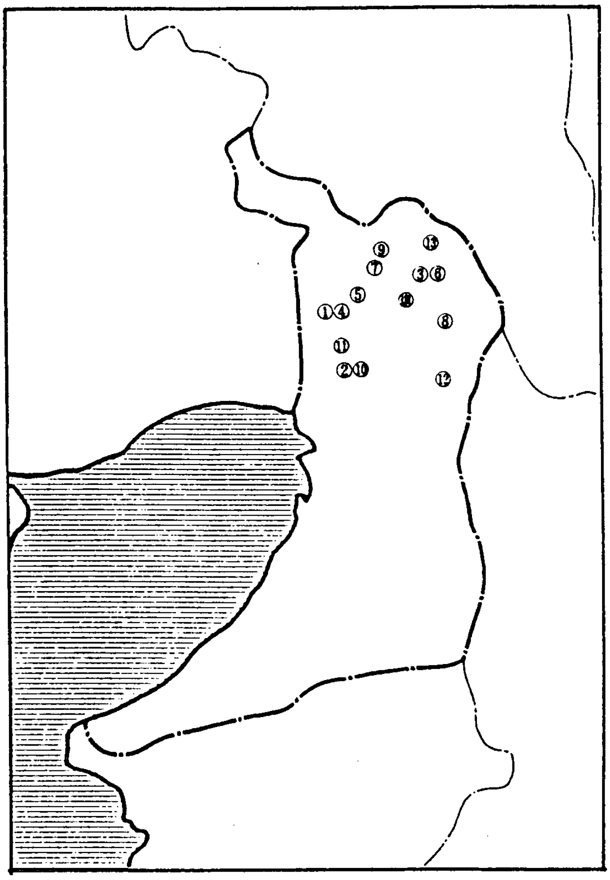
⑩　服部天神社　明治九年（一八七六）奉納
所在地　豊中市服部元町一ノ二ノ一七

⑪　原田神社　明治二十四年（一八九一）奉納
所在地　豊中市中桜塚一丁目二番十八号

⑫　国中神社　明治二十五年（一八九二）奉納
所在地　四条畷市清滝中町四ノ四十八

⑬　上宮天満宮　明治三十三年（一九〇〇）奉納
所在地　高槻市天神町一丁目十五ノ五

復　元　昭和五十年（一九七五）
井於神社　弘化三年（一八四六）
所在地　茨木市蔵垣内三ノ五ノ一五



（大阪府下の算額分布図）

は関孝和たちが漢文で書いているのに対して，西脇利忠たちは本文をカナ交じり文でも書いているなど

和算の大衆化

をはかったことが感じ取れます。

(19)

さて，次に泉州で**算額**があるかどうかです。かつて近畿数学史学会の先生方が調査された結果は上の図の通りです。

これを見ますと大和川以南は今まで算額が見つかっていません。調査漏れかも知れないと思い，私は和泉市長稲田順三氏にお願いし，市内の学校の先生方や生徒たちから算額に関する情報を教えて欲しいと教育委員会に依頼していただきましたが，今もって何の情報もないことは，多分和泉には算額はないものと判断してよさそうです。

和泉の国に算額がない理由の一つになるかもしれませんが，武田真元の『算法便覧』の第五巻の「真元篇」に門弟の作った問題とその解答を，研究した門弟の氏名つきで多数掲載し，算額の代用にしているのです。算額は現在で言えば，学術雑誌と同じ格式をもっていましたから，全部漢文と点竄術で書かれています。本来なら「天元之一とおいて何何となす」とすべきところを，「真元之一と置きて甲径に命ず」などと人を喰った書き方がされています。『算法便覧』第五巻16頁を例として次頁の図に挙げておきます。これは２円の外接，内接の関係を使えば，簡単に解ける問題です。

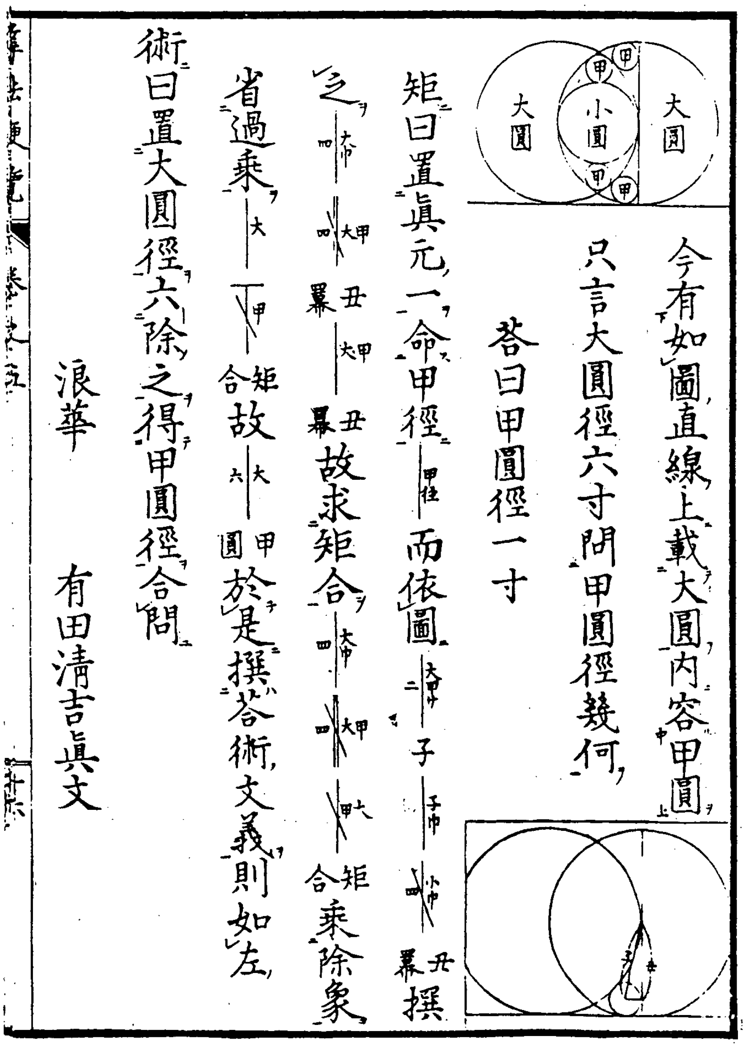
最後に『算法天元録』，『勾股泝原』，『算法便覧』など，古い和算書を閲覧し，複写するのにご協力いただいた東北大学文学部の花登正宏教授と東北大学図書館に心から感謝する次第です。

（参考文献）

（1）　日本学士院編『明治前日本数学史』（Ⅰ～Ⅴ）（1954年-1960年；岩波書店）
（2）　小倉金之助『日本の数学』（1959年の版；岩波新書）
（3）　遠藤利貞『増修日本数学史』（1993年，恒星社）

（4） 近畿数学史学会編『近畿の算額』(1992年，大阪教育図書)

（5） 銭宝琮『中国数学史』(川原秀城訳，1990年，みすず書房)



今有如圖直線上載大圓内容甲圓
只言大圓徑六寸問甲圓徑幾何
答曰甲圓徑一寸
矩曰置眞元一命甲徑而依圖撰之
故求矩合乘除象省過乘故於是撰答術文義則如左
術曰置大圓徑六除之得甲圓徑合問
浪華　有田清吉眞文

(『算法便覧』第5巻，16頁目)