

## 泉州の和算家（続）

安 藤 洋 美\*

はじめに

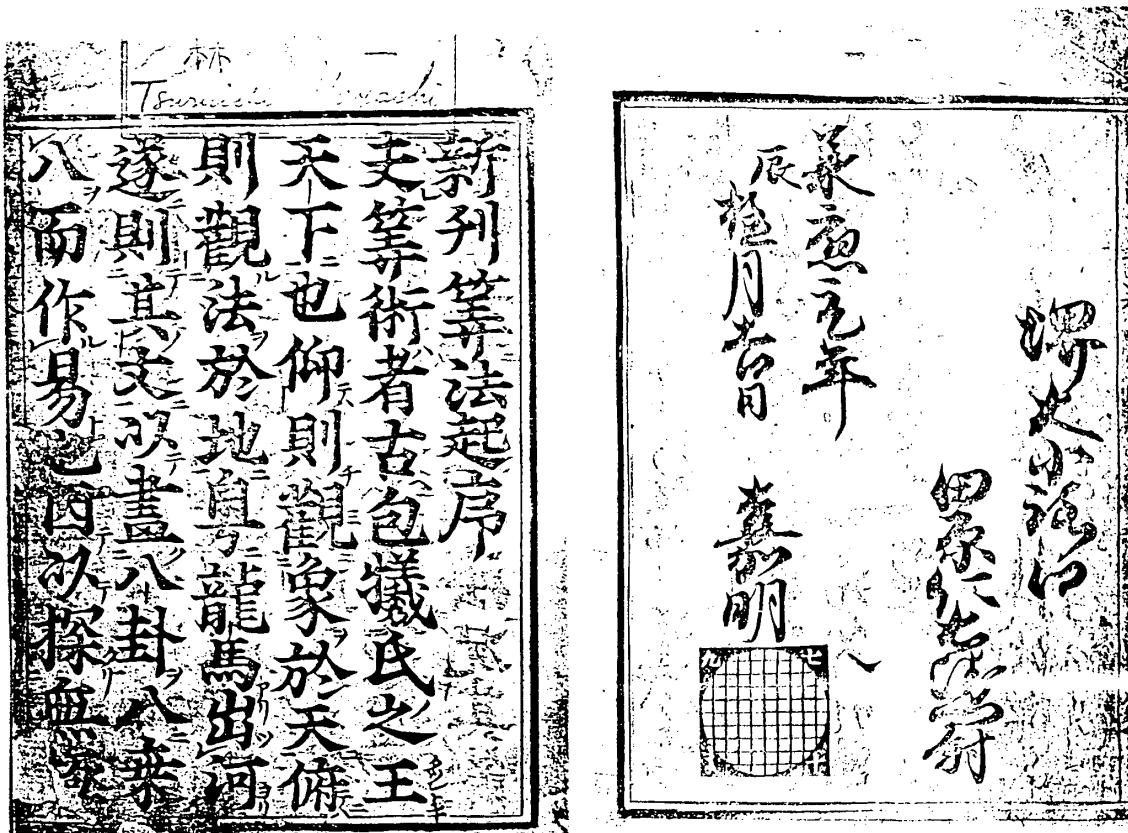
(1)

先に和泉の国には何人かの和算家がいたこと、そしてその人たちの業績を紹介しました。そのとき取り上げた和算家たちは、堺以外の土地に住んでいたことが確かであるか、住んでいたらしいと推察される人たちでした。この論文では、泉州堺の和算家たちを紹介しましょう。さらに、先の論文では泉州に算額がなさそぐだと述べましたが、その後の調査で、既に失われたと思われるいくつかの算額が、和算書の中に記録されていましたので、それらもいづれ紹介しようと思います。

田原 嘉明

(2)

承応元年壬辰（1652年）『新刊算法起』上下2巻が出版されました。著者は和泉堺大小路口の住民、田原仁左衛門尉嘉明です。東北大学にある林鶴一先生の収集された本から複写した（図1）を見ればそのことが分かります。



（図1）右は『新刊算法起』下巻の最後の頁、左は同じく上巻の最初の頁

\* 本学経済学部

この本の性格は、上巻の序文と下巻の末尾の1頁に書かれています。

「それ算術は古え包犧氏の天下に王たりし時に、仰ぎては則ち象を天に觀、俯しては則ち法を地に觀る。ここに龍馬あり。河より出づ。遂にその文に則って、以て八卦を尽くして、八に八を乗じ、易となる。よって以て無極大極の妙を探り、両儀四象五行の位定まるなり。日月の運行、四季の循環、誠に以て万代不易の法なり。大いなるかな、聖人の徳なることに外ならずして、普天の理を考え、歩まずして、卒土の法を尽くす。況んやその余りをや。ああ、巫医商売百工律呂井田軍義の法なんぞれぞこれを棄てん。その玄妙に至りては、不勘不才の暨（およ）ふところにあらず。先に塵劫記ありて世に行わる。心を捧げ頻に慣（なら）ふに侶たりと雖も、その固陋を忘れて、聊か童蒙のためにこれを集む。ねがわくは明達の士笑いを生むなけれ。」[上巻]

「竊に当代算法の祖師嵯峨の吉田、佐渡の百川かたがたをさしおき、下愚が分として算法起と外題をうつことは、誠におそれあり。然れども初心の順逆を施さんためなるべきか也。

歌に      古しへの法より外の法なれば

    無調法とぞ人はいふらん。」[下巻]

これらの記事を見ますと、この本は当時広く読まれ流布されていた吉田光由の数学教科書『塵劫記』をさらに読みやすく、理解しやすいように工夫された本であることが分かります。さらに算術がいかに人々の生活に必要なものであるかも序文で説明しています。田原嘉明はこの本の出版された時77才と述べていますから、1576年の生まれと思われます。

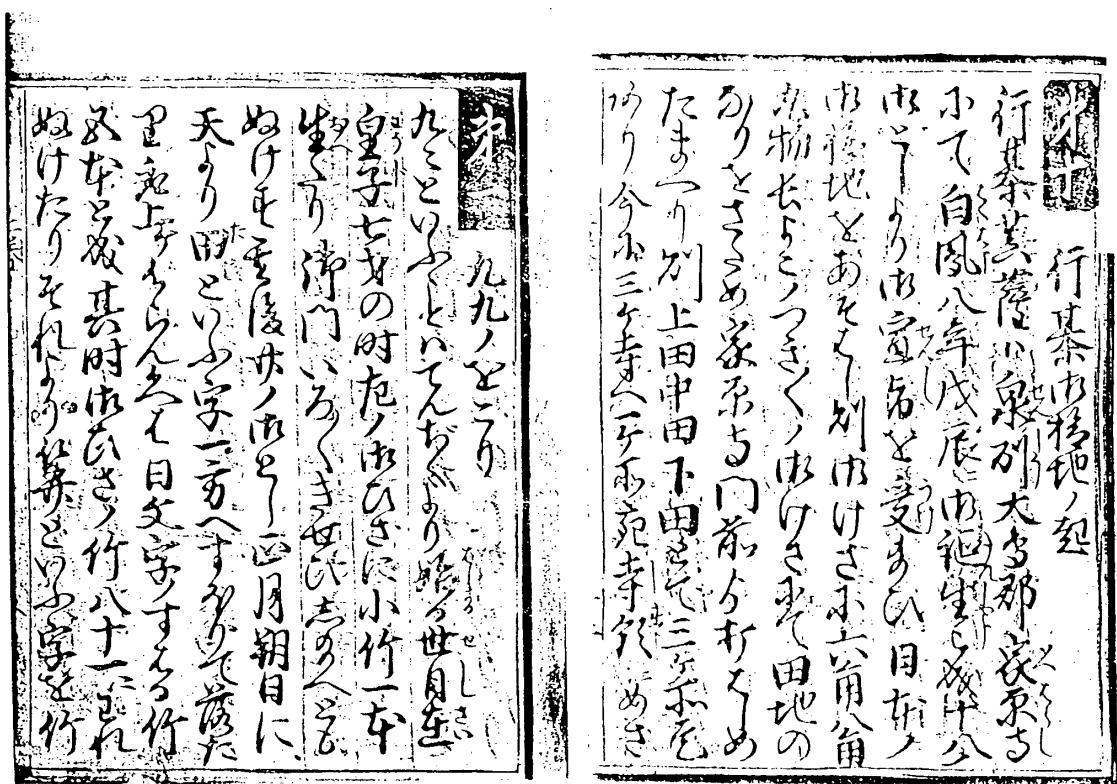
ここで田原嘉明が算法の祖師として挙げている吉田光由（1598、慶長3年-1672、寛文12年）は『塵劫記』（じんごうき；初版1627年）の著者、百川治兵衛（?-1638、寛永15年）は『諸勘分物』（しょかんぶんぶつ；1622年）の著者です。これらの書物は当時の数学教科書として有名でした。諸勘分物とは、もろもろの物の面積や体積（分）を勘定するという意味です。『新刊算法起』も教科書ですから、当時流布していた著名な教科書とその著者を崇めるのは当然としても、この二人以外にもたくさん優れた和算家はいましたから、この人たちをわざわざ取り上げたことに些かの興味が持てます。その理由は次のとおりです。吉田光由は豊臣秀吉が死んだ年に生まれています。1587年（天正15年）秀吉はバテレン追放令を出し、1596年には長崎で26聖人殉教というフランシスコ会への弾圧が行われます。1613年（慶長18年）全国禁教令が発布され、翌年には高山右近などのキリスト大名が国外追放されたりしています。1637年には島原の乱が起こっています。そして翌年佐渡で百川治兵衛はキリスト教徒として入牢しています。この事件は幸い弟子たちが奔走して百川は磔にならず、佐渡所払い新潟に逃れることができました。一方、島野達雄氏の研究によりますと、吉田光由もキリスト教徒の疑いが強いのです。吉田は南蛮貿易で富を得ていた京都の角倉家の一族ですし、科学史上有名な人なのに墓がなく、墓と目されているのは国東半島にあり、墓石は無銘であるという不思議なものです。わざわざ、そのような人たちを文字にして祖師と崇める田原嘉明は、相当の氣骨のある人のように思われます。あるいは当時の堺が依然として没イデオロギーの商業の拠点であったことの証拠かも知れません。

(3)

本の題名の中の「起」とは元来起源とか由来を意味します。例えば、最初の「九九の起り」には次のような記述があります。

「第一 九九の起り

九九といふことは天竺より始まる。世自在皇子7才の時、左の御膝に小竹一本生えたり。御門（帝）いろいろ祈誓（きせひ）し給へども抜けず。その後二十の御年正月朔日（一日）に天より田という字一方へすほりて落ちたり。取り上げ、ご覧候へば、日文字のすはる竹5本となる。その時御



(図2) 『新刊算法起』5頁(左)と12頁(右)

膝の竹八十一に割れ抜けたり。それより算という字を竹かぶりに王サ(廿)と書く也。天より落ちたる竹なれば一本を五さんにたてて九九という事をおく也。

五本の竹を九九 (八十一) と玉を揃えり。」

もちろん、この記述はたわいもない事ではあります、少なくとも初心者の興味を引こうとする教育的配慮とも考えられます。また

「第十 行基菩薩の御検地の起

行基菩薩は泉州大鳥郡家原寺にて白鳳八年戊辰に御誕生被成、十八の御年より御宣旨を受給い、日本の御検地をあそばし、則御けさに六角八角丸物長よこのつぎつぎの御けさにて田地のなりを定め、家原寺門前より打ちはじめたまへり云々」

という記述など、その後に続く直線図形の求積への歴史的意義も説いています。

(4)

次に『塵劫記』と『新刊算法起』の目次を対比させておきましょう。前者は寛永20年本〔岩波文庫版〕を利用しました。

これらの目次を見ますと、いずれの本も当時の社会生活をしていくのに必要な数学知識を網羅しています。しかし現在と違った術語が使用されていますから、どんな意味か分からることもあるでしょう。それでいくつかの節を解説することにします。

『塵劫記』上巻	『新刊算法起』上巻
1. 大数の名の事 2. 小数の名の事 3. 粮の数の名の事 4. 田の数の名の事 5. 諸物軽重の事 6. 九九の数の事 7. 八さん割のこえ 8. 見一の割のこえ 9. 掛けて割れるさんの事 10. 米うりかいの事 11. 僕まわしの事 12. 僕すぎざんの事 13. 蔵にたわら入積の事 14. 銭うりかいの事 15. 銀両がへの事 16. 金両がへの事 17. 小判両がへの事 18. よろず利足の事 19. きぬもめんうりかひの事	1. 九九の起り 2. 八算の古事 3. 見一掛け算の古事 4. 升の起り糧の数字 5. 小数付金銀分両枚の字の起 6. 大数 7. 軽重の法 8. 寸尺付六尺五寸一間の起り 9. 田の小数付九ヶ條定法の起 10. 行基菩薩の御検地の起 11. 検地口伝之法 12. 池田に水積 13. 普請道の法算 14. 知行割 15. 蔵に米積 16. 遠近算 17. 内を外に見、外を内にみる算 18. 木わたうりかい 19. 切米さん 20. 込引さん 21. しゃうふわけ口伝の法 22. 酒のうりかい 23. 味噌たくさん 24. 月不知の次第 25. 夢想算
『塵劫記』中巻	『新刊算法起』下巻
1. 入子さんの事 2. ながさき買い物、三人本銀に割付事 3. 船のうんちんの事 4. けんちの事 5. 知行物なりの事 6. 升の法の事 7. よろず升目入積りの事 8. 材木うり買ひまわしの事 9. ひわだまわしの事 10. 竹束まわしの事 11. やねのふき板つもる事 12. 同、こうばいののびの事 13. びょうぶに箔置つもりの事 14. はくうり買ひまわしの事 15. 河ぶしん割りの事 16. ほりぶしん割り	1. 坪定の次第 2. 三角の法起付なをしの法 3. 六角の法起付なをしの法 4. 八角の法起付なをしの法 5. 圓法起付なをしの法 6. 三角六角八角の直の法起 7. 壺算 8. すミつ見る法 9. 切籠法起 10. ぬき入予算 11. 橋割 12. 材木細割 13. うらかね直 14. きぬ割口伝之法 15. 萬かなめ積 16. 開立圓法を見一にて作ル 17. 平方截 18. 目録割 19. こうばい割 20. 瓦積り
『塵劫記』下巻	
1. まま子だての事 2. 橋の入目を町中へ割りかける事 3. 立木のながさを積もるの事 4. 町つもりの事 5. ねずみさんの事 6. ひにひに一ぱいの事 7. 日本国中男女の数の事 8. からすざんといふ事 9. 布一たんの立ぬきの糸、長さを積事	

- |                      |                  |
|----------------------|------------------|
| 10. きぬぬす人をしる事        | 21. 祇園精舎金積り、仏説大数 |
| 11. あぶらはかりわくる事       |                  |
| 12. 金銀千枚を開立にしてつもる事   |                  |
| 13. 百五げんといふ事         |                  |
| 14. やくし算といふ事         |                  |
| 15. ざしきに置敷いろりを入事     |                  |
| 16. 六里有道を四人して馬三疋に乗合事 |                  |
| 17. 三人としてはかま二くだりきる事  |                  |
| 18. 百万騎の人数をならべて見る事   |                  |
| 19. 開平法の図の事          |                  |
| 20. 開平円法図の事          |                  |
| 21. 開立法図の事           |                  |

(5)

まず上巻から見て行きましょう。

第二の八算とは $\div 1$ は割り声になく、 $\div 2$ から $\div 9$ までの8通りの割算があるので、そのように呼ばれました。第三の見一は10いくつで割ることです。20いくつで割るのは見二といいました。そして

「割算は九九と見一二つなり、引かれぬときは帰一倍一」

と歌っていますが、帰一倍一とは商として9をたて、引けないときは商を8, 7, ……と順次下げていくことを指します。

第七の節は金1寸というような言葉がでてきますが、1辺の長さが1寸の立方体を1寸と呼び175匁の重さ、銀1寸は140匁、……と定めています。

第八の節は米粒1つの横幅を1分、米粒を10粒横に並べた長さを1寸、その10倍が1尺で、大男の身長6尺5寸が1間という次第です。

第九の節では1間四方が1坪、30坪を1畝、300坪を1反としています。そして昔は360坪を1反としたと書いています。

第十一の節は検地に必要な基本図形の辺と面積の関係を示しています。

正方形1反の1辺 $=\sqrt{300\text{坪}}=17\text{間}2\text{尺}08$

正三角形1反の1辺 $=26\text{間}2\text{尺}087,$

円形1反の直径 $=19\text{間}3\text{尺}166,$  (円周率は3.16として計算)

となります。しかし求め方は説明していません。

第十六の節は、「御蔵米480石を距離の違う3ヶ村から納めさせる。距離に逆比例して割当て高を決める」という問題です。3里の村からは213石3斗3升3合、4里の村からは160石、6里の村からは106石6斗6升6合と求めています。この問題はそれぞれの村から納める米の量を $x, y, z$ としますと

$$x+y+z=480; x:y:z=1/3:1/4:1/6$$

を解けばよいことになります。

第十七の節は「内を外に見、外を内にみる算」と分かりにくい表現ですが、

元金(1+歩合)=合計高

にまつわる問題を扱います。これは3000円の品物の消費税を外税にするか、内税にするかという問題と同じです。例えば、

3分引きでは、内引きは0.97を掛け、外引きは1.03で割れ：

3分増しでは、外増しは1.03を掛け、内増しは0.97で割れといった具合です。彼は外増し、内増しを外延、内延と書いています。

第十八の節は「木わたうりかい」と題し、当時綿は河内平野と大和郡山で産していたことが書かれています。平野の綿は1斤220匁(匁)、郡山の綿は1斤240匁と決められていました。しかし相場は刻々と変わりますから、相場に応じてどの綿をいくら買えば良いか比例算で計算出来ます。田原はこの節で「後といひ当座に日記つけざれば、まぎれて知れぬわたの斤数」と諭しています。

第十九の節は最後に狂歌「はやくとも静かに算をあわすべし、ちがえは下手といつも呼ばれん」で締めくくられていますが、慌てて計算違いをするのは今も昔も同じであったことが伺えます。

第二十の節は「入引算」となっていますが、「日用五百人五与に銀をいくらか渡す。90人与にはそのまま、100人与には〔一人〕3匁増し、110人与には7匁引き、100人与には9匁増し、100人与には6匁引きとすると、一人一人の分け前はいくらか」というものです。日用とは日雇いのこと、与とは組のことです。

第二十一の節は目次には「しやうふわけ」となっていますが、本文には「しやうむわけ」となっています。多分、諸務分けという意味でしょうから、目次は誤植でしょう。「銀400貫を5人兄弟に分ける。五男は長男の半分しか取り分がない。各人の取り分の差はすべて等しい。各人の取り分はいくらか」というような問題を指します。

第二十三の節は、味噌作りに大豆、糀(こうじ)、塩の混合比が論じられます。

第二十四の節は「月不知の次第」と題されています。これは元金と年利率と、ある月数の利息が分かっていて、その月数を求める問題です。そして最後に「借銀は皆外ましの物なれや、本〔元金〕に加えてかす利なりせば」と歌っています。

第二十五の節は夢想算という甚だ奇妙な題がついています。それは

「銀子八十匁に三年切て人置申候、一年二わりの利にして三年ながら同銀にあたる。割何程づつに当と問。答に曰く、三十一匁六。」

という問題です。田原の解は次の通りです。「一年2割」というのは、12匁、つまり10匁に2割つけるということです。そして三年間の利息は  $10 \times 1.2 + 10 \times 1.2^2 + 10 \times 1.2^3 = 43.68$  となります。元金80匁は利息の  $80/43.68 = 1.831$  になります。

それで割りは  $1.831 \times 1.2^3 = 31\text{匁}6$  になるというものです。これは一種のローン返済の問題です。借金額を  $S$ 、年賦額  $A$ 、年利率  $r$  とし、即時払としますと

$$A(1+r)^3 + A(1+r)^2 + A(1+r) = S(1+r)^3$$

において、 $S=80$ 、 $r=0.2$ とおいて  $A$  を求めたのと同じです。年賦や月賦返済には借金地獄を連想しますが、それを夢想算とはいっていい名称ではありませんか。その名称の起源は

「銀にかはり有、としに不同ありとも法立同。是ぞふしぎの算也。師の寛永五年二月廿一日夜夢に山伏のおしえさせ給へり。いかなる仏神と有難被存候。南北にかくれなく沙汰仕算也。初心のかたがたなん専也。わたくしにあらず仏の御つたへ被成候へば加様にことかきをする也。徳は萬法に用。是を一ノ調法にて開板する者也。」

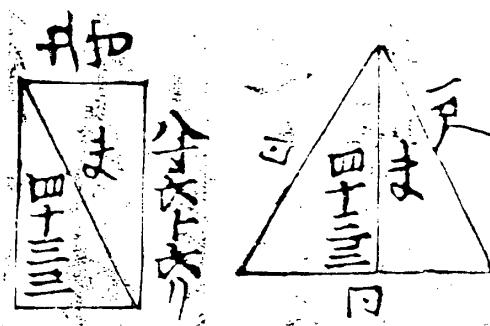
知恵に文殊 祖師の行基か大天狗 縁日なれば弘法大師か」

と述べて上巻を締めくくっています。ここで言う師とは誰か、寛永5年(1628年)は吉田光由も百川治兵衛とともに生存しています。吉田光由は京都にいたことは分かっていますが、百川治兵衛は佐渡年代記に「寛永7年(1630年)越中の国から佐渡に渡ってきた」と書かれていますが、それ以前は京都にいたとも大坂にいたとも言われていますから、ここでいう師は百川かも知れません。

(6)

次に下巻を見て行きましょう。下巻は主として幾何図形を取り扱っています。

第二の節には「1辺が1(尺)の正三角形の面積は0.433である」ことを三角の法と言っています。求め方は(図3)の通りです。高さが8寸6分6厘であることを利用して求めています。高さは実測したのか、勾股弦の定理(ピュタゴラスの定理)を用いて求めたのかははっきりしません。



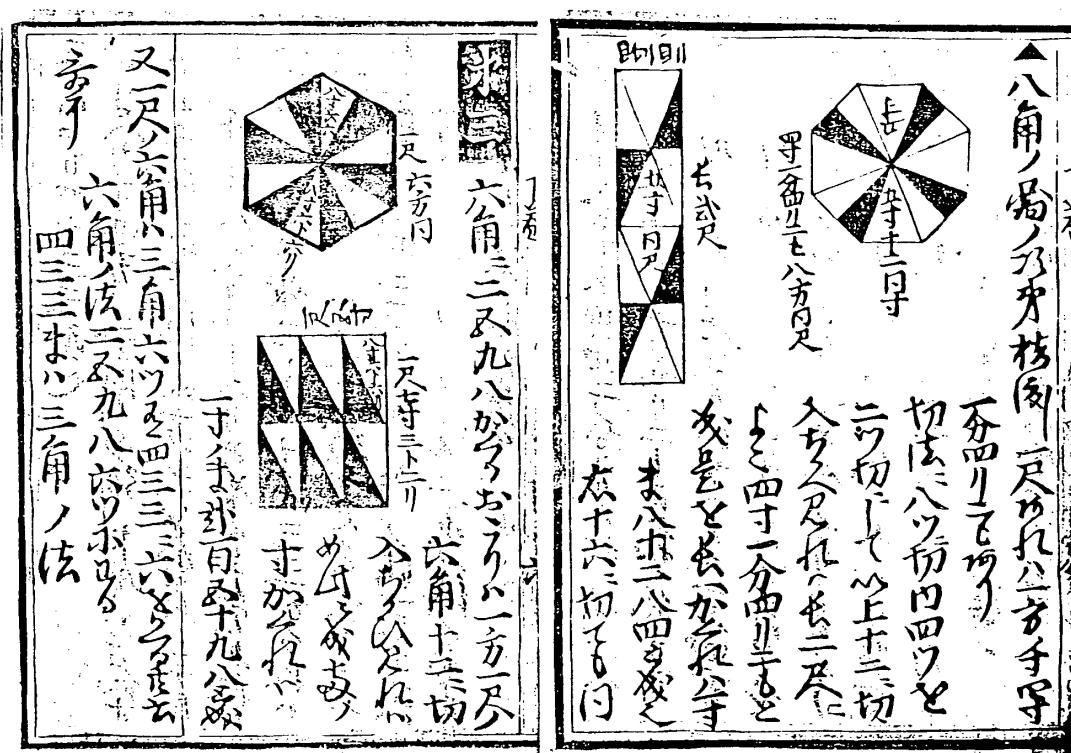
(図3) 正三角形の等積変形

次に「一尺四方の物を三角になをし、一方の寸何程と問う」と等積変形が論じられています。一方の寸(1辺の長さ)を $x$ としますと

$$x^2 : 1 = 1 : 0.433$$

を解いて、 $x = \sqrt{1/0.433} = \sqrt{2.30946} = 1.5196$ となります。

第三の節は六角の法で「六角に二五九八かくる起こりは、一方一尺の六角十二に切り、入れちがい見れば如此に成。両の寸かけければ一寸のまま二百五十九八と成」とあるのは、(図4左)のような等積変形をして



(図4) 左は『新刊算法起』の下巻第三節、右は同第四節

$$(1\text{辺}1\text{の正三角形の高さの2倍}) \times (1\text{尺}5\text{寸}) = 2.598$$

とするか、それとも

$$(1\text{辺}1\text{の正三角形の面積}) \times 6 = 0.433 \times 6 = 2.598$$

として、求めています。面積が4の正六角形の1辺の長さ  $x$  は

$$x^2 : 1 = 4 : 2.598,$$

$$x^2 = 4 / 2.598 = 1.535645, x = 1.2408$$

となります。

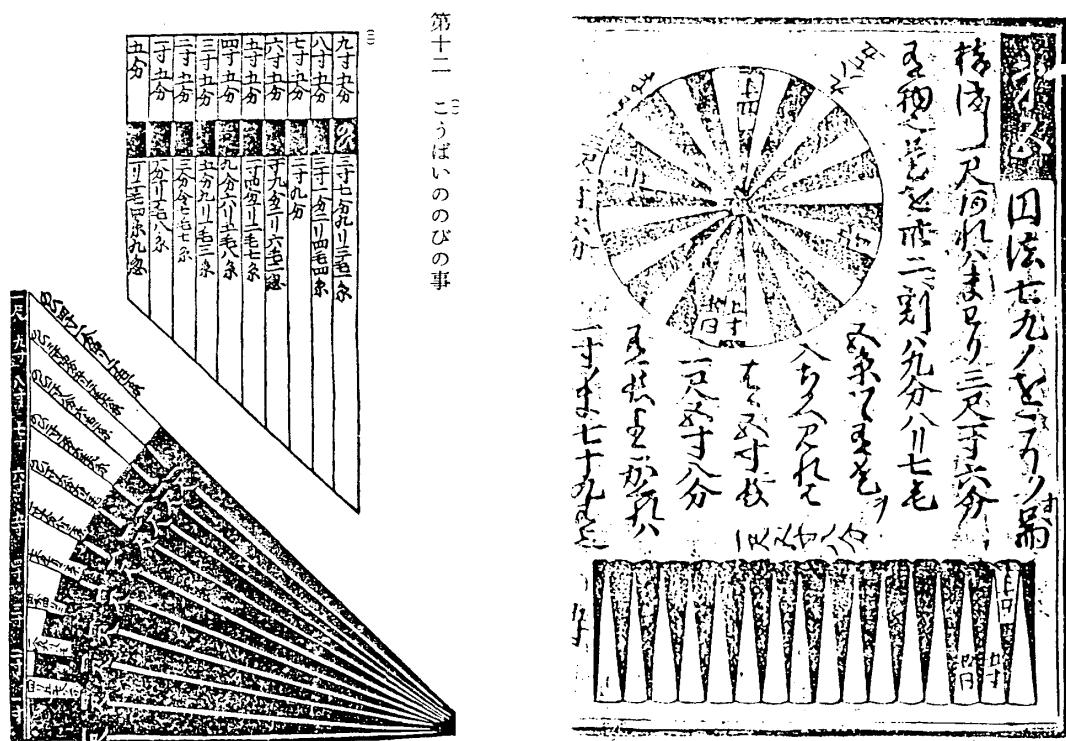
第四の節は八角の法について、「八角法四一四二のおこりは、橋渡し一尺あれば一方の寸四寸一分四リニ毛有物也。然れどもなととかねにさされぬ物也。此をこりは、一尺四方を角から角までをうらかねといふ角くをおろしたる故に、一方ノ寸と成。くわしくはこうばいノ所に見ゆる。橋渡し一尺左右にかくれば一也。是へ八角ま数八十二八四をかくる也。此法ハ図ニ有」と書かれています。ここでいう図は(図4の右)に出ています。橋渡しとは、多角形の相対する二辺間の距離を指します。従って、正八角形を8つの三角形に図のように分割しますと、1つの三角形の高さが5寸ということになります。それで底辺の長さ  $x$  は

$$x = 2 \times 5 \tan 22.5^\circ = 10(\sqrt{2}-1) \approx 4.142$$

となります。 $\tan 22.5^\circ$  の値は、『塵劫記』の「勾配伸びの事」の中に出ている図(図5の左)から経験的に知っていたと思われます。さらに「八角ノ図ノ次第……切法に八ツニ切、内四ツを二ツ切にして、以上十二ニ切、入ちかへ見れば、長二尺ニよこ四寸一分四リニ毛と成。是を長へかくれば一寸ま八十二八四と成也。右十六に切ても同。」つまり橋渡し1尺の正八角形の面積は  $4.142 \times 20 = 80.284$  寸<sup>2</sup>であることを述べています。この節の最後に、1尺四方の広さを八角になおすには、八角形の1辺の長さを4寸551にすればよいと述べています。これは

$$4.142^2 : x^2 = 80.284 : 100$$

を計算しますと、 $x = 4.623$  となって、彼の出した値と異なります。



(図5) 左『塵劫記』中巻の勾配伸びの事、右は『新刊算法起』下巻第五節の円法

第五の節は円法七九の起りについて述べています。橋渡し（この場合直径）1尺、周囲3尺1寸6分の円を32等分して、小さな扇形を32弧作り、交互に黑白の色をつけます。それらを（図5の右）の図の下にあるように等積変形して長方形状に並べます。すると、円の面積は大体縦が0.5尺、横が1.58尺の長方形に等しく

$$\text{円の面積} \approx 0.5 \times 1.58 = 0.79$$

となります。円の直径が2尺の場合は、この値を4倍して3.16となります。また、1尺四方（100平方寸）の正方形を円に等積変形しますと、円の直径の長さ $x$ は

$$x^2 : 1^2 = 100 : 79$$

より、 $x=1.125$ となります。田原は79を円法、316を円廻法（えんくわいほう）、1125を円直法（えんじきほう）と呼んでいます。

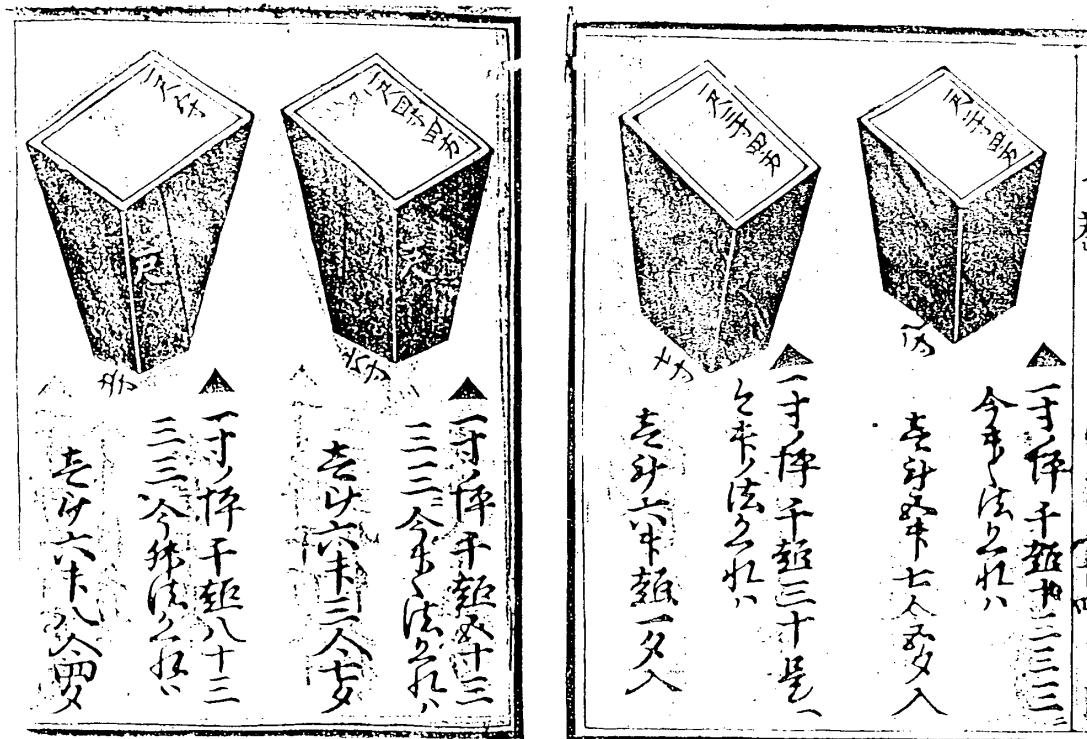
第八の節はすミつの法という奇妙な用語が使われています。意味は不明ですが「3で割る法」というようにとれば大体の意味が取れます。ここで取扱われている題材は、角錐台（frustum of pyramid）や角錐（pyramid）の体積を求めることです。ここでは全部で11個の角錐台と角錐の体積を求めています。その一部は（図6）に示されています。角錐台はすべて底が正方形です。そこで上底（口）と下底（底）の正方形の1辺をそれぞれ、 $a$ 、 $b$ ；高さを $h$ としますと、

$$\text{角錐台の体積} = (a^2 + ab + b^2) h / 3 \quad ①$$

であることは簡単に分かります。そこで本文にある11通りの場合に公式①を適用して求めたものが下の表です。当時升1升は $4.9 \times 4.9 \times 2.7 = 64.827$ 立方寸でしたから、 $10^3 \text{寸}^3 = 1000 \text{寸}^3 = 1 \text{斗} 5 \text{升}$ 4合2勺8となります。しかし「今の升の法十五五四」と言ってますから、以後 $1000 \text{寸}^3 = 1 \text{斗} 5 \text{升} 5 \text{合} 4 \text{勺}$ として計算します。

（20, 0）と（11, 9）の場合の求め方を田原嘉明は次のように説明しています。

「法に貳尺左右にかくれば四と成る。二つにして二と成。一寸六面千引ハ千と成。是をすミつの法三ニわれば三百卅三三ノすミつと成。是へ右の千加へ、千三百卅三と成。是へ今升の法



(図6) 『新刊算法記』下巻第八節

(口の1辺、底の1辺)	容 積(寸 <sup>3</sup> )	水 の 量(斗)
(10, 10)	1000	1.554 (1斗5升5合4勺)
(11, 9)	1003.33	1.559 = 1.554 × 1.00333
(12, 8)	1013.33	1.575 = 1.554 × 1.01333
(13, 7)	1030	1.601
(14, 6)	1053.333	1.637
(15, 5)	1083.333	1.684
(16, 4)	1120	1.704
(17, 3)	1163.333	1.808
(18, 2)	1213.333	1.886
(19, 1)	1270	1.973
(20, 0)	1333.333	2.072

十五五四をかくれば二斗七合二勺と成也。

右十一ヶ条内すミつ九ヶ条ノ法ハ、たとえば上口壹尺壹寸底九寸ふかき一尺の箱に、まつ上は一尺一寸左右に置かくれば一寸のま百廿一と成。又そこ九寸左右に置かくれば八十一と成。右二口合貳百貳ツ有。二つにして百一と成。是別に置。上口もこの尺合二尺あり。二つにして一尺と成。是左右に置かくれば一寸ノま百と成、右別におく。百壹ツの内引タ壹ツと成。是をすミつの法三にてわれば三三三と成。是へ右引百を加え百超超三三三と成。是へふかさ一尺かくれば千超超三ツ三分三リと成。是へ今升ノ法十五五四をかくれば壹斗五升五合九勺と成也。是より一尺九寸までの法おなじ、千より上の分は底なしまですミつ也。上口そこ口にても、ふかさにても寸尺ノ高下ありても、此法三を用也。」

このややこしい文章は、前半が(20, 0)の四角錐の体積、後半が(11, 9)の四角錐台の体積を求めていますが、①式ではなく

$$\left[ \frac{1}{3} \left\{ \frac{a^2+b^2}{2} - \left( \frac{a+b}{2} \right)^2 \right\} + \left( \frac{a+b}{2} \right)^2 \right] \times h \quad ②$$

という公式を用いています。文中の下線部のタは引き残ること、超は0と解釈すればよろしい。②式を整理しますと①式が得られます。②式がどうして出てきたのか、幾何学的な意味を考えて見ましたが、結論は得られませんでした。むしろ数値計算のしやすさからではないかと考えられます。この計算法の説明の後

「六面の箱の寸ミツノすみつをば、法にさだめて作る底なし。

そこなしの底より出る底なしを、さしてすミツノ法とさだめん。」

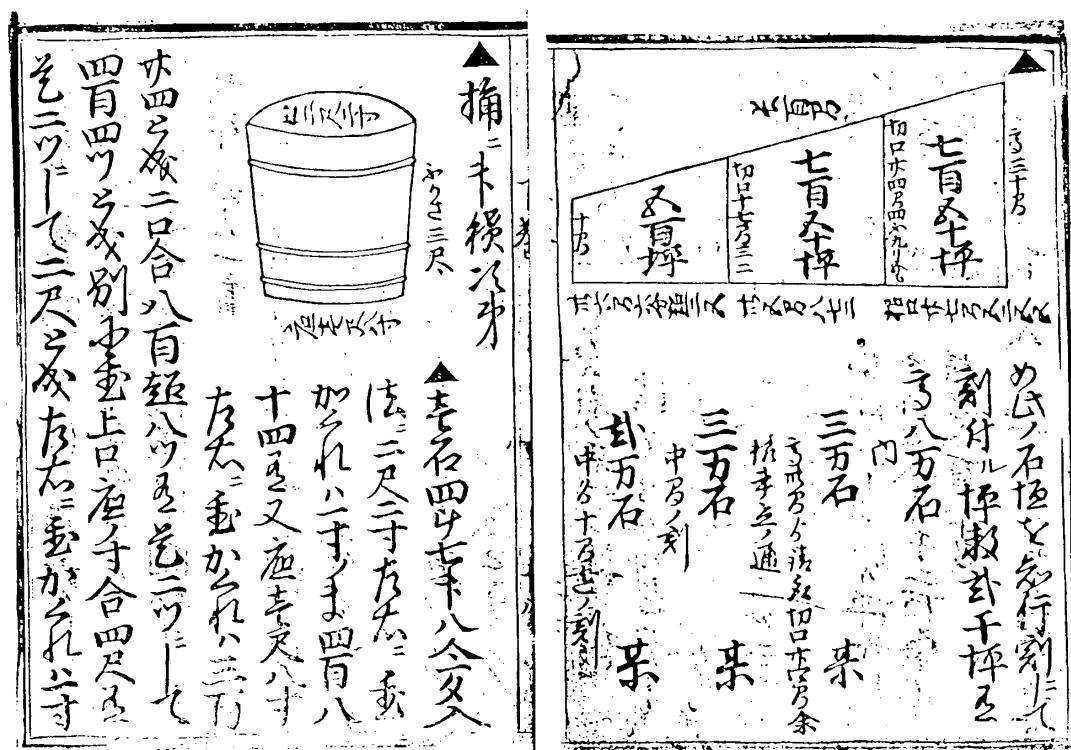
という和歌を示されると、なんとなく小馬鹿にされたような気がしないでもありません。

この節で数学的に重要なことは、桶の升積次第という部分です。これは、上底の直径2尺2寸、下底の直径1尺8寸、深さ3尺の桶の容積を求める問題です。 $a=2.2$ ,  $b=1.8$ ,  $h=3$ をまず②式に代入して12.04を求め、それに円法0.79を掛けて9.5116となります。これが田原嘉明が求めた円錐台の体積の求め方です。それに今の升の法1.554を掛けますと、(図7左)に出てくる1石4斗7升8合1勺が得られます。一方、『塵劫記』の中巻第7節「よろづ角成る物に升目つもる事」では

$$\text{円錐台の体積} \doteq 0.79(a+b)^2 \times 3/4 \quad ③$$

で計算し、9.48；それで  $9.48 \times 1.554 = 1.4731$  石となります。それで「右の内にて今迄の算法とはなにほど、ちがひと間」うて、従来の方法の方が少し小さいので

「右すほりすくなき故に如此すこしたかひ申候、上口と底とちかひおほきほど、升数のちがひお



(図7) 左は『新刊算法起』下巻18頁；右は同、第17節、37頁

ほし」

と述べています。なお現在の求積では9.4562となります。もしも田原の円法0.79を $\pi/4$ として計算し直しますと、 $12.04 \times 3.14159/4 = 9.45618$ となって現在値と一致します。

では上の求積公式②は田原嘉明の独創かといいますと、そうでなく、今村知商（いまむらともあき）の『豎亥録』（じゅがいろく；寛永16年、1639年）の中にも出ています。

第九の節の「切籠（きりこ）」は四角なものの角を切り落とした図形を指します。第十の節の「ぬき入子（いれこ）算」は鉢や鍋などが順次小さくなって重ね入れて収納ができるとき、各々の鉢や鍋の大きさを求めるものです。第十一の節の「橋割り」は橋の費用を町数に割り当りますが、橋からの距離が遠いほど分担金が安くなるようにしたものです。

第十三の節の「うらかね直し」は

「丸木差し渡し2尺5寸あるを、四角にけづるやうに作る時は、角のおもて何ほどと問」とあって、四角材の底の1辺を $x$ としますと

$$x^2 + x^2 = 2.5^2$$

を解いて、 $x=1.7677$ としています。「法に2尺5寸と置、うらかねの目一四一四二をもってわれば、一尺七寸六分七リ七毛のおもてかねと成。角より角をうらかねにてわれば同尺也。」一四一四二は $\sqrt{2}$ のことです。

第十五の節は「万かなめ積」と名付けられ、大砲の重さの算定をしています。「石火矢（いしひや）のおもさをしるは、たとえば橋渡し1尺2寸、長さ1丈、幅3寸長さ6尺にして、鉄にして問」とあります。

$$12^2 \times 10 \times 0.79 - 3^2 \times 6 \times 0.79 = 1094.94 \text{ 寸}^2,$$

$$1094.94 \times 60 \text{ 叴} = 65696 \text{ 叴} 4$$

というのが答です。大砲の重量計算など、かつての兵站基地堺の面目を表しています。

第十七の節は「平方截」で「高さが100間、上底10間、下底30間の台形を500坪、750坪、750坪に

分割する」方法を論じています。このような問題は石垣積みと関係があります。

## (7)

以上のように『新刊算法起』をざっと見てきましたが、『塵劫記』にある「まま子だて」とか「からす算」のような数学遊戯の問題は扱われていません。あくまでも実用算術なのです。その辺に堺の住人の処世観が見られます。

末尾には

「算法起は大略医書におなし、たとえば算書を習ひたりといえども、工夫なきは、医学の達者いさぎなくして、薬のまさぬにひとし」  
といった説教も行われています。

## 小川 正意

## (8)

我が国の暦法は独自に発達したものではありません。『日本書記』の欽明天皇15年の条に「二月百済から易博士、暦博士、医博士等を貢った」とあります。下って推古天皇10年冬10月に百済の僧觀勒が暦本や天文地理書を献じています。觀勒に暦法を学んだ書生もいたようですが、当時の暦法がどんなものかははっきりしません。中国では祭事、政治、暦の作成が離れがたく結び付いていましたから、そのことに日本の朝廷も気づいたのでしょう。持統天皇4年(692年)「十一月甲戌朔……甲申勅を奉じて始めて元嘉暦と儀鳳暦とを行ふ」という書記の記事から、元嘉暦が公暦となりました。この暦は文武天皇元年(697年)儀鳳暦に取って代わられ、67年間この暦が続きました。この後、大衍暦(だいえんれき)が94年間、五紀暦が4年間続き、清和天皇貞觀4年(862年)宣明暦が公布されました。当時の暦博士大春日真野暦(おおかすがのまのまろ)が2年間観測した結果、採用したばかりの五紀暦より宣明暦の方が観測値と合致することが分かって、改暦されたのでした。この宣明暦は以後822年間続きます。村上天皇の天徳年間(960年代)に朝廷の天文暦術を司っていた加茂保憲が天文道を安倍晴明に渡し、ここに世襲の暦の作成を司る家系の加茂家と安倍家が生まれます。以後、暦生も天文生も少なくなり、そのために宣明暦は永らえましたが、江戸初期には実測と暦の乖離は2日にも及ぶほどになっていました。こうして17世紀に入りますと、暦に関する議論が活発になり、和算家の中には私暦を作つて門弟に教える人も出てきました。

寛永18年(1641年)河内の人今村知商(いまむらともあき)は『日月会合算法』を著し、正保2年(1645年)吉田光由は『和漢合運』を著し、承応3年(1654年)今村の弟子で会津の人安藤有益が『長慶宣明暦算法』を著したのは、そういう議論の結果でした。

そんな雰囲気の中で、当時東洋で最も優れているとされた元の授時暦を研究した我が国最初の人が、堺の住人小川正意です。

## (9)

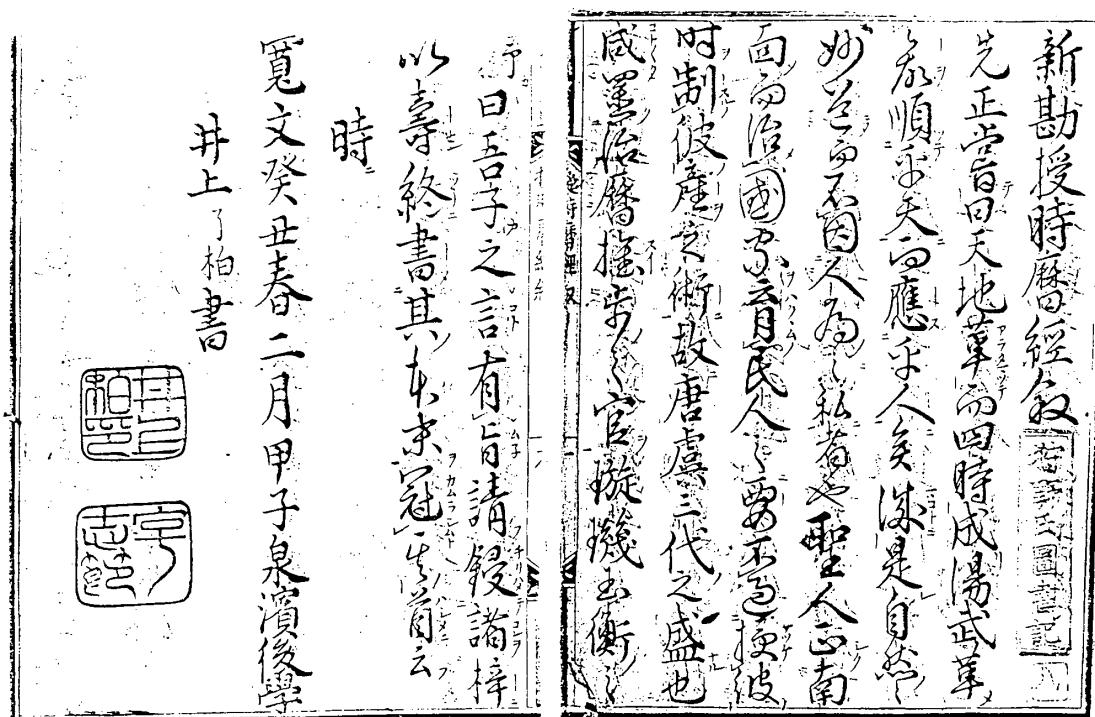
小川正意はどう読むのか、分かりません。ただよし、ただむね、ただもと、ただのり、ただおき、まさよし、などいろいろな読み方がありますが、どれが正しいのかは分かりません。『明治前日本数学史』によりますと、小川正意は延宝元年(1673年)『新勘授時暦経』3巻、同年『大元授時暦経』上下、『大元授時暦立成』6巻を著したと書いてありますが、私が東北大学の図書館で調べたところでは、『新勘授時暦経』というのは、序文と『大元授時暦経』と『同立成』合わせたものを指すようです。新勘というのは小川正意の号と思われます。立成は計算用数表を意味します。狩野亮吉博士が収集されて、没後東北大学図書館に収蔵された狩野文庫の中の、『新勘授時暦経』序文の最初と最

後の部分を（図8）にあげておきます。寛文癸丑（13年）は延宝元年です。

さて、この序文を読んで行く時に、念頭に置いておくと良いと思われる情報は、前節の話以外に、私暦の流布に危機感を抱いた將軍徳川家綱は明暦3年（1657年）代暦版の濫行を禁止しました。翌年になっても厳しく取り調べが行われ、奈良や山田の暦師たちが処罰されていることです。寛文12年12月宣明暦には月食ありとしていましたが、それは事実に反しました。そのような事を念頭に置いて序文を読んで行きましょう。

「先正かつて曰く、天地革って四時（四季）成り、湯武（殷の湯王、周の武王）教えを革め、天に順って、しかも人に応ず。誠にこれ自然の妙道にして、人物の私に因らずや。聖人正しく南面して国家を治め、民人を育くむの要、彼の時を授け、彼の産を制するの術に通じず。故に唐虞三代の盛なる也。ことごとく治暦推歩の官を置く。璇璣玉衡（せんきぎょくこう；渾天儀）の作れる所以、まことに故あるかな。しかりと雖も、天運（天体の巡ること）の行度齊しからず。しこうして暦法の立成規なし。故に数百年の後、差感ずるなくんばあらざる也。かの三統暦を改めて、以て四分暦となし、四分暦を去って、以て乾象暦等を造る。これ皆天に後れ、天に先づの違いあるによって也。一天の下の誌暦の起こり、職として（もととして、主として）、この由なり。」

本朝の暦術家古来一に長慶宣明暦をもって準式となす。諸異朝に考うるに、宣明の後、數暦競いいす。悉く天と異なるの変を正すとする也。この頃かつて元史に載する所の暦志を閲（けみす）るに、元の至元十三年において、前の中書左丞許衡（きょこう）、太子の贊善（さんぜん）、王恂（おうじゅん；1235-1281）、都水少監郭守敬（かくしゅけい；1231-1316）に詔して新暦を改作せしむ。これにおいて、南北の日官（暦を司る官吏）、陳鼎（ちんてい；南宋の成天暦の作者、1271年）、巨朴（五代後周の王朴の956年の欽天暦とか、北宋の衛朴の1075年の奉元暦）と累代の暦法を参考し、また勤めたりとや。一日、授時暦の要を摘み、時に一部を鈔して、兼ねて新暦を作りて、以てここに示す。これを閲するに本書の次序によらず。只初学の士に便りせんがために、新定を出して舊體を変ず。初めの二巻は布算の綱を挙げ、後の六巻は立成の目をつらぬ。かつ本所



（図8）『新勘授時暦經』序文の初め（右）と終わり（左）の部分

の中間に立成の名のみありて、数目を出さざるは、一に探索して、もってこれを附す。故に一囑（いちそく）して百度を得たり。宣明の古法を変ずといえども、先の術詳らかにして、正しくなく、天と合す。よろしく恒規としてこれを用ふべし。よって以て思えらく。古法を変改するの事、軽々しく用ふべからず也。

本朝宣明暦の法に従うこと、既に尚し。古人の曰く、革めて甚だ益無きは猶悔やむ可き也。況んや反って害あるをや。古人改め作ることを重んずる所以なり。且つその教えを変ずることは、愚人いまだにわかに信ずるあたわず。しかれども、一つも正しからざることあらば、革まる所伝わらず、通ぜず、却って悔いあり。わが子それ思え。焉（ここ）に正意勃然と曰く。ああ、此れ何の謂んや。予心を此に用いる所の由一二を挙げ、以て焉（いずく）んぞ言わん。去る歳二月望（満月）の交蝕、宣明に従うは、すなわち一時の差あり。十二月の望、宣明暦を考えるは、三分の蝕あり。授時暦を推すは則ち無し。豈（いかでか）謂はずや、暦法の疎密の驗交食にありと。しからばすなわち、前代の誌暦かわるがわる出て、後人の成法いよいよ精し。けだし、入気の盈縮、入相の遲疾、各々の先の為したることは正しきを知り、合朔もまた正しく、定朔既に正しきことは、すなわち加時毫釐（ごうり、少しの量）を失せず、為に距交の遠近を察識して、しこうして食分微失なからん。故に節氣の正推測すべし。節氣正しきことは則ち民先の利を得、農先の時を違えず。これ皆授時の助ける所也。かつ又、試みに闘筭（きとう；望遠鏡）を造り儀表（観測器の一種）によって、以て極星の高下を測り、宿度の進退を考ふるに、一事皆予が勘（かんがえ）る所の暦法に合す。いわゆる文明らかならば、理尽くさずということなく、事察せずということなく、よろこぶべきは人心和順す。革めて触（つ）く。理を照察し、人心和順して、大いに亨ることを致すべし。しこうして後、貞正是の如く変革、先の至当を得たり。故に悔亡ぶ也。天下の事、これを革めて、先の道をなさざることは、則ちかえって弊害を致す。故に革むるに悔るの道あり、ただこれを革めて至当することは、すなわち新舊の悔皆亡ぶ也。かつ先王の政令、人心始めは疑いを為す者あり。

本朝因循として古暦の來憲を改めず。いまだその所以をしらざる也。予殊に古暦の差失することは天にあり、新暦の胸合することは天にある事を見る。故に敢えて隠さず。漫に改め記して、以て君子の是正をまつのみ。予曰く。吾子がこの言旨あり。請ふ、諸々を梓にちりばめて、以て寿せん。終わりにその本末を書き留め、書の首（はじめ）に冠らしむという。

時に

寛文癸丑（寛文13年）春二月甲子 泉濱後學

井上了柏 書 」

宣明暦の欠陥を是正することは、太古の聖人からの教えとして、こんこんと諭し、最後に小川正意が勃然と授時暦を刊行する意図を明確にしています。勃然とは、急に起こることとか、気色ばむことを指しますから、彼の意志が並々ならぬことを表しています。授時暦発行から既に400年以上の年月が経っていますが、日本人にとって元寇の役は印象が悪かったことも確かです。厳しい宣明暦の統制、反元感情を考慮すれば、小川正意の科学に対する熱意とそれを流布しようとする勇気には敬意を表すべきでしょう。7年後の延宝8年（1680年）関孝和は『授時発明』を、元禄16年（1703年）小泉光保は『授時暦經図解』を、宝永4年（1707年）中根元圭は『授時暦圖解發揮』を出し、だんだんと理解は深まってきたが、結局授時暦は公暦として採用されませんでした。その間、將軍の太鼓持ちの渋川春海がうまく立ち回って、自分の作った貞享甲子暦を貞享2年（1685年）徳川綱吉に公布させました。しかしこの暦の理屈は公表されませんでした。それで小川正意の努力は報いられませんでした。

(10)

『新勘授時暦經』の序文に出てくる三統暦は漢の武帝の太初元年(BC.104年)に公布され、1年=365.2501624日としていました。四分暦は後漢の章帝の元和2年(85年)編訴によって作られ、1年=365.25日としました。このことから四分の名が出ました。この1年の長さはユリウス暦と同じです。乾象暦は後漢獻帝の建安11年(206年)劉洪によって作られ、1年=365.2462日としました。宣明暦は唐の穆宗(ぼくそう)の長慶2年(822年)徐昂によって作られ、1年=365.2446日としました。現在の値は1年=365.2422日です。ですから、宣明暦が862年から小川正意の本の出版された1673年までの間に

$$(365.2446 - 365.2422) \text{ 日} / \text{年} \times 812 \text{ 年} = 1.9488 \text{ 日}$$

の差が出ていました。

それでは授時暦ではどうかといいますと、(図9の左右)に示されている通りです。授時暦の特徴は、1日の1/10000を時間の単位とし、それが日周10000という書き出しになります。『大元授時暦經』卷上によりますと、1頁に

$$\text{歳周} = 365 \text{ 日} 2425 \text{ 分}, \text{ 歳実} (\text{さいじつ}) = 365^\circ 24' 25''$$

と出でています。同書6頁には太陽が一回りする

$$\text{周天分} = 365 \text{ 日} 2575 \text{ 分}, \text{ 周天} = 365^\circ 25' 75'',$$

それで周天を4で割りますと

$$\text{象限} = 91^\circ 31' 43'' \text{ 強}$$

となります。中国暦は角度の計算が10進法であることに注意しなければなりません。そこで太陽が1°/日移行しますと

$$\text{歳差} = \text{周天} - \text{歳実} = 365.2575 - 365.2425 = 0.015 = 1' 5''$$

となります。歳周365日2425分は宋の統天暦(慶元5年, 1199年)に出ているものでグレゴリー暦と同じです。グレゴリー暦は1582年に公布されましたから、統天暦はおよそ400年、授時暦でもおよそ300年前に遡るのですから、中国の当時の天体観測技術は素晴らしいと言えます。授時暦ですと、現在の暦との1日の差は0.0003日ですから、1000年経って0.3日しか違わないということになります。

(11)

暦計算のための諸定数は(図9)で与えられています。これらの数値と言葉を見ても現在の我々には呪文のように思えるでしょう。まず基準年を $t_0 =$ 至元18年とします。 $t$ を暦計算をしたい年とし、

$$t - t_0 = \text{距算}$$

といいます。 $t_0$ に対する太陽年は

$$Y_0 = \text{歳周} = 365 \text{ 日} 2425$$

です。「天正の冬至を推す」の項は

「求むる所の距算を置いて、歳実を以て、上往古を推すは毎百年に一を長ず。下も将来を算するには毎百年に一を消す。之を乗じて中積となす。氣應を加えて通積となす。旬周に満たば之を去る。不尽日周を以て之を約して日となす。満ざれば分となす。その日、甲子より命じて算外、即ち求むる所の天正冬至の日辰及び分かつ。上に考うる者は氣應を以て中積を減らし、旬周を満たさば、之を去り不尽、以て旬周を減らして、余りは上に同じ」

とあります。これは24節氣(冬至、小寒、大寒、立春、雨水、啓蟄、春分、清明、穀雨、立夏、小

大元授時暦經卷上	
歩氣朔	攝泉境 小川 正意 新勘
大元至元十八年歲次辛巳爲元	來考徃古下驗將
周歲消長百年各一等數隨時推測不用爲元	上考徃古下驗將
日周一萬	來考徃古下驗將
歲實三百六十五萬二千四百二十五分	來考徃古下驗將
歲周三百六十五日二千四百二十五分	來考徃古下驗將
朔實二十九萬五千三百令五分九十三秒	來考徃古下驗將
朔策二十九日五千三百令五分九十三秒	來考徃古下驗將
氣策十五日二千一百八十四分三十秒半	來考徃古下驗將
望策十四日七千六百五十二分九十六秒半	來考徃古下驗將
弦策七月三千八百二十六分四十八秒少	來考徃古下驗將
氣應五十萬令六百分	來考徃古下驗將
閏應二十萬令一千八百五十分	來考徃古下驗將
通閏十萬令八千七百五十三分八十四秒	來考徃古下驗將
通餘五萬二千四百二十五分	來考徃古下驗將
沒限七千八百一十五分六十二秒半	來考徃古下驗將
氣盈二千一百八十四分三十七秒半	來考徃古下驗將
朔虛四千六百九十四分令七秒	來考徃古下驗將

(図9) 『大元授時暦經』上巻の1頁目、諸定数が列挙されている。

満、芒種、夏至、……) の日時を知るのに必要なことを述べています。 $t$ に対する太陽年は

$$Y_t = Y_0 - 0.0002(t - t_0)/100,$$

$Y_t$  と  $Y_0$  との平均値  $\bar{Y}$  は

$$\bar{Y} = Y_0 - 0.0001(t - t_0)/100, \quad (1)$$

$$\text{中積} = \bar{Y}(t - t_0)/100,$$

$$\text{気策} = \text{節気間隔} = R = Y_0/24 = 15\text{日} 2184375,$$

$$\text{朔策} = \text{平均朔望月} = M = 29\text{日} 530593,$$

$$\text{望策} = \text{朔より望までの時間} = M/2 = 14\text{日} 76552905,$$

$$\text{気應} = t_0 \text{ の天正冬至直前の甲子の日の始点 (午前0時0分) } \text{からこの冬至までの日時間} = 55\text{日} 0600 < 60.00\text{日} = \text{旬周},$$

$$\text{通積} = \text{中積} + \text{気應} = \bar{Y}(t - t_0) + \text{気應}, \quad (2)$$

②式で通積を求め

$$\begin{aligned} \text{通積} &= 60 \times (\text{整数}) + \text{剩余} \\ &= 60 \times (\text{整数}) + (60\text{以下の整数} + \text{小数部分}) \\ &= 60 \times (\text{整数}) + J_0 \end{aligned} \quad (3)$$

と変形し、下線部を除去しますと、残るところの60以下の整数が紀法(60干支番号)であり、小数部分が1日のうちの時刻を示します。この計算で  $t$  年の天正冬至 ( $t$  の年の11月にある冬至) の日時が決まります。しかし11月朔日(1日)が決まらないと冬至が11月何日ということはできません。

その後「次気を求む」という項が出てきます。

「天正冬至の日分を置いて、気策を累加して、これを以てその日紀法に満たす。之を去り、外命ずること前の如し。各々次気の日辰及び分秒を得。」

この文章は③式で求めた  $J_0$  に気策  $R$  を累加して行けば、次々と24節氣と12中氣の日時を決められます。そのとき整数部が気策の累加で60を上回れば、60を減去します。気策を累加した回数が偶数なら中氣、奇数なら節気に当たります。

もちろん、この計算は中氣や節気が冬至から何日何時後になるかを述べているので、何月何日であるかは分かりません。それは冬至の日付がはっきりすれば決まります。

このように天正冬至の日時に気策を累加して逐次の節氣を求める暦法を恒氣の暦法といいます。

次に毎月の朔（初日）を知るための定数は

閏応（じゅんおう）=暦元年天正冬至直前の経朔（平均朔）の時刻から、この天正冬至時刻までの

$$\text{日時} = 20\text{日} 1850 < \text{朔策 } M$$

です。「天正の経朔を推す」の項は

「中積を置いて閏応を加え、閏積となす。朔実を満たさば、之を去る。不尽閏余と為す。以て通積を減じて朔積と為す。旬周に満たば、之を去る。不尽日周をもって、之を約して日と為す。満たざれば分と為す。すなわち求むるところのものは天正朔日及び分秒」

と書いてあります。つまり現代式に書きますと

$$\text{閏積} = \text{中積} + \text{閏応}$$

を求め、朔策  $M$  の整数倍を閏積から除き、残りが閏余です。閏余の整数部分が当年  $t$  天正経朔より当年天正冬至までの日と時間です。次に

$$\text{朔積} = \text{通積} - \text{閏余}$$

で定義される朔積を60で割った余りの整数部分が紀法、小数部分が時刻に相当します。

「弦望及び次朔を求む」の項は、上記の結論に望策  $M/2$  を累加していく、累加中に60を越えると、その度毎に60を減去していくべきよろしい。

(12)

授時暦の難解な最初の部分は（図10）に示されています『大元授時暦経』上巻4頁と5頁のところで、「日躔（にちてん）を歩す」と「盈縮（えいしゅく）の差を求む」の項です。

日躔とは太陽の軌道上の位置を指します。「日躔を歩す」の項では

「半歳周 = 182日 6212分半、盈初縮未限 = 88日 9092分少々、

縮初盈未限 = 93日 7120分少々」

とあります。中国古代の天文学者たちは、太陽が黄道上を毎日  $1^\circ$  進み、その運動は等速であると考えていました。しかし6世紀になると、北斎の張子信は多年にわたる観測で

太陽の運動は不等速で、冬至の前後はやや早く、夏至の前後はやや遅いことを発見しました。このことを『大元授時暦経』は

「天正の経朔弦望入盈縮を推す。

半歳周を置て、閏余日および分を以て之を減じ、すなわち天正の経朔入縮歴を得る。冬至の後は盈（えい）、夏至の後は縮。弦策を以て之を累加して、各々弦望及び次朔入縮歴日および分秒を得る。半歳周に満たば、之を去り、即ち盈縮を交わしむ」

と述べています。次は

「盈縮の差を求む。

入暦を覗て、盈なる者の盈初縮未限已下（これから下）に在らば、初限と為す。已上（これから上）反って半歳周を減ず。余りを末限と為す。縮ある者の縮初盈未限已下に在っては、初限となす。已上は反って、半歳周を減じて、余りを末限と為す。其の盈初縮未限は、立差三十一を置いて、初末限を以て之を乗じ、平差二万四千六百を加え、又初末限を以て之を乗じ、用て（もって）

刻法收之爲刻命予正筭外卽所在辰刻	如滿半辰
步月躔	子初刻
半歲周一百八千二日六千三百一十二分半	展命
盈初盈末限八十八日九千令九十四三分少	初盈
縮初盈末限九十三日七千二百三十分少	初縮
推天正經朔弦望入盈縮曆	法通作一
置半歲周以閏餘日及外減之卽得天正經朔入縮曆	如滿半辰
縮曆	冬至後盈以弦策累加之各得弦望及次朔入盈縮曆
縮曆日及外秒	夏至後縮以盈周去
求盈縮差	之卽盈縮
既入曆盈者在盈初縮末限已下爲初限已上及減半歲周餘爲末限縮者在縮初盈末限已下爲初限已上及減半歲周餘爲末限其盈初縮末者直立差三十一以初末限乘之加平差一萬四千六百又以初末限乘之用減定差五百一十三萬三千二百餘再以初末限乘之滿億爲度不滿退除爲外秒縮初盈末者置立差二十七以初末限乘之加平差二萬二千一百又以初末限乘之用減定差四百八十七萬令六百餘再以初末限乘之滿億爲度不滿退除	

(10) 『大元授時曆經』上巻の4-5頁

定差五百一十三万三千二百を減じて、余り再び初末限を以て、之を乗じ、億を満るを度と為す。  
満たされずと退除（しりぞきのぞき）し、分秒と為す」

とあります。この呪文みたいな文章は、次のように解釈されます。

600年頃、皇極曆を作った隋の劉焯（りゅうしゃく）は

太陽の運動は等加速で、太陽の進む距離は経過時間の2次関数である

と仮定しました。それで冬至点から春分点までを6等分します。その時点を $0, l, 2l, 3l, \dots, 6l$ とし、積日と呼んでいます。太陽が冬至点から各積日に至る距離を

$$f(0), f(l), f(2l), f(3l), \dots, f(6l)$$

で表します。一差（1階差分）を

$$\Delta f(n) = f(n+1) - f(n),$$

二差（2階差分）を

$$\Delta^2 f(n) = \Delta f(n+1) - \Delta f(n),$$

三差（3階差分）を

$$\Delta^3 f(n) = \Delta^2 f(n+1) - \Delta^2 f(n)$$

と定義しますと、

$$f(n+s) \approx f(n) + s\Delta f(n) + s(s-1)\Delta^2 f(n)/2!$$

という近似式が得られます。これは西洋ではニュートンの近似式と呼ばれています。

冬至から $x$ 日経ったとき、太陽がその日数に相当する度数( $x^\circ$ )よりどれだけ多く動いているか、その差を盈差（えいさ）といいます。冬至から春分までは1象限ですが、度では $91^\circ 31'$ あります。太陽は冬至点から春分点まで88日91で移動しますから、1日に $1^\circ$ より多く移動します。しかしそれは冬至から漸減し、春分の時にちょうど $1^\circ$ になります。この間に $1^\circ$ より大きかった盈りが積もり積もって

$$91^\circ 31' - 88^\circ 91' = 2^\circ 40'$$

となります。これを盈積（えいせき）といいます。冬至から春分まで6等分しますと

$$\begin{aligned} 88.91 \text{日} \div 6 &= 14.82 \text{日} = l && \text{第一段} \\ 14.82 \text{日} \times 2 &= 29.64 \text{日} = 2l && \text{第二段} \\ 14.82 \text{日} \times 3 &= 44.46 \text{日} = 3l && \text{第三段} \\ 14.82 \text{日} \times 4 &= 59.23 \text{日} = 4l && \text{第四段} \\ 14.82 \text{日} \times 5 &= 74.10 \text{日} = 5l && \text{第五段} \\ 14.82 \text{日} \times 6 &= 88.92 \text{日} = 6l && \text{第六段} \end{aligned}$$

という6つの積日を得ます。冬至からそれぞれの積日までの盈積を積差といいます。積差は $f(nl)$ に当たります。各段の積差をその段の日数で割ったものが各段日平差です。各段日平差と次の段の日平差が一差です。各段一差と次の段の一差の差が二差です。こうして

$x$	積日	積差 $f(x)$	一差	二差	三差	四差
0		0	7058.0250			
$l$	14.82	7058.0250	5918.3670	-1139.6580	-61.3548	
$2l$	29.64	12976.3920	4717.3542	-1201.0128	-61.3548	0
$3l$	44.46	17693.7462	3454.9866	-1262.3676	-61.3548	0
$4l$	59.28	21148.7328	2131.2642	-1323.7224	-61.3548	0
$5l$	74.10	23279.9970	746.1870	-1385.0772		0
$6l$	88.92	24026.1840				

表から四差が0であることから、積差は積日の3次関数となり

$$f(x) = d + cx + bx^2 + ax^3$$

となります。しかし $f(0)=0$ ですから、 $d=0$ となります。そこで

$$F(x) = f(x)/x = c + bx + ax^2$$

で表される関数 $F(x)$ に対して日平差の階差を計算します。それは次頁の表で示されています。

[ ] の中の数値は二差から計算した推定値です。それでニュートンの近似式で $n=0$ ,  $s=x$ とおきますと

$$\begin{aligned} F(x) &= F(0) + x\Delta F(0) + x(x-1)\Delta^2 F(0)/2! \\ &= 513.32 - 37.07x + 1.38x(x-1)/2 \end{aligned}$$

となります。冬至後の日数を $y$ としますと

$$x = y/14.82$$

ですから、変数を $x$ から $y$ に変換しますと

$$\begin{aligned} F(y) &= 513.32 - 2.46y - 0.0031y^2 \\ &= 10^{-4}(5133200 - 24600y - 31y^2) \end{aligned}$$

$x$	日平差 ( $x$ )	一 差	二 差	三 差
0	[513.32]			
$l$	476.25	[-37.07]	[-1.38]	
$2l$	437.80	-38.45	-1.38	[0]
$3l$	397.97	-39.83	-1.38	0
$4l$	356.76	-41.21	-1.38	0
$5l$	314.17	-42.59	-1.38	0
$6l$	270.20	-43.97		0

となります。5133200を定差, -24600を平差, -31を立差といいます。

こういうようにして、「億を満るを度とす」とありますから、冬至から春分までと、秋分から冬至までは

$$10^{-8}y(5133200 - 24600y - 31y^2),$$

春分から夏至を経て秋分までは

$$10^{-8}y(4870600 - 22100y - 27y^2)$$

で太陽の位置が計算できるのです。

(13)

この後、月にも運動の不等速性がみられ、それを月の遅疾（ちしつ）といいます。遅疾を考慮して、太陽の場合と同様に、月の真の位置（月離、げつり）の計算に入ります。そして暦月の決定に進んで行きます。これらをくどくと述べても余りややこしいばかりですから、この位にしておきます。

最後に小川正意が後書きで、この本を書いた動機と自分の略歴を少し書いています。

「不佞（ふねい、不才）生を甕牖（おうよう、貧家）の下に寓す。かかるが故に、学術浅陋、文道疎闊也。唯性癖天文推歩之法を嗜む。力を費やし、思いを窮すること也。凡そ幾年かして去年、授時暦經を得て、之を閲（けみ）するに、間（まま）宣明暦に異なる者有り。いまだその然否を知らず。故に、表を立てて、以て日景を測り、管をうがって、以て星宿を験（こころ）むるに、恰も符節を合わせたるか、終（つい）に一部を録して、以て遺忘に備え、自ら名付けて、新勘授時暦經と曰う。并びに立成六巻を鈔して、以てその後に附す。嗚呼、予以（おもえらく）経術を学ばずして、新暦を執す。皆是れ異を好む者の為せる所なり。彼の趙氏世に称せらるるの隊（つい）に非ずと雖も、之を請う。竊にここに比せんことを請うのみ。時に寛文癸丑孟春穀旦 小川正意」

小川がどの程度、ここで紹介した招差法（差分法）に精通していたかどうか分かりません。彼は理

大元授時暦經立成卷一

積日	太陽盈縮立成		攝泉境	小川	正意	新勘
	盈縮	加減				
初日	五百〇五分九〇六十六分七七五二六三	八五六九				
一	五百〇五分九〇六十六分七七五二六三	八五六九				
二	五百〇五分九〇六十六分七七五二六三	八五六九				
三	五百〇五分九〇六十六分七七五二六三	八五六九				
四	五百〇五分九〇六十六分七七五二六三	八五六九				
日	五百〇五分九〇六十六分七七五二六三	八五六九				

(図11) 『大元授時暦經立成』の最初の頁

論家よりも、どちらかというと天体観測者だったと思います。

最後に、例として彼の立成の最初の頁を掲げておきます。この数表は、関孝和によって、すこし利用しやすい形で採録されています。

### 大島 喜侍

(14)

大島喜侍（おおしまよしじ）は泉州の人ではありません。彼は大坂の商家の出ですが、幼くして両親に死に別れ、家を番頭に託して、専ら道楽として算学を勉強していたようです。はじめは前田憲舒（『算法至源記』の著者；寛文13年、1673年）に弟子入りし、後に島田尚政（元禄の頃生存、大坂から後江戸に出る）に学び、さらに京都に住んでいた中根元圭（？－享保18年、1733.9.2）の容塾に入ります。その他、測量術を奈良の喜多治伯、大坂の古市正信にも学びました。

中根元圭は近江浅井郡の出身ですが、成人して江戸に出て、関孝和門下の建部賢弘の弟子となり、主に天文暦学を学びます。正徳元年（1711年）京都銀座の役人になり、白山に住まいしたときに、大島喜侍は弟子入りしたようです。その頃、大島は妻を娶り、一子を儲けたようですが、正徳年間に母子とも亡くなり、以後ますます性格が歪んだものになったようです。「海内を睥睨し、算学をもって自負せり」といわれ、摂泉丹備阿淡の間を行き来し、その間に教えた人は千有余に上ると言われています。自らは浪速隱士と称して、各地を転々と放浪し、それぞれの土地の和算家に難問をぶつけては、優越感に浸っていた変わり者だったようです。彼は流浪の剣豪ならぬ遊歴算家となったのです。泉州にも彼の教えを受けた人は多いと思いますが、記録が今のところありません。記録には、阿波藩の世襲測量方の岡崎家に客分として滞留したことが残っています。

大島は『活法』を著わしました。これは2整数 $p_1, p_2$ 間の実数 $\alpha$ の近似分数を求める研究をした本です。天明2年（1782年）本居宣長は『真暦考』を著しましたが、その付録に『古暦三法』、『儀鳳己下諸暦通術』を載せています。それを校閲したのは大島喜侍でした。

大島は18世紀初頭、島田尚政、その師の中島正好、宮城清行とその門人宅間能清とともに大坂の和算家5傑の中に入っています。そして門人には、金沢で三池流を創始した三池市兵衛、久留米藩主有馬頼徳（よりゆき）に抱えられた入江修敬たちがいます。多分、三池は大坂で、入江は父が明石藩士だったので明石で大島に教えられたものと思われます。享保18年（1733年4月13日）に死んでいます。

大島喜侍について、泉州での足跡が残っていないか、今後の研究を待ちます。

### 奥村 邦具

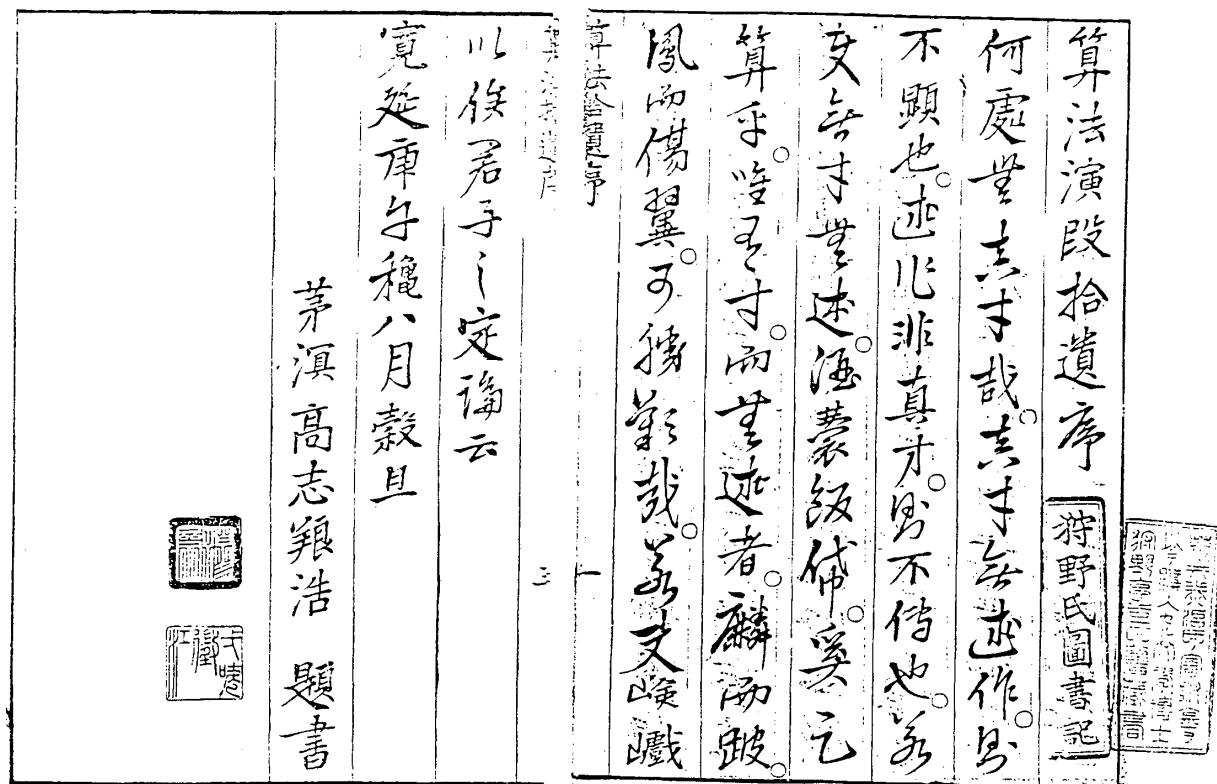
(15)

泉州堺の住民、奥村邦具（おくむらくにとも）は、三介と称し、寛延3年（1750年）『算法演段拾遺』を著しました。序文は同年八月に堺の人であり、儒者の伊藤東涯（伊藤仁斎の子；1672-1738）の弟子である高志狼浩が書いています。高志狼浩は当時堺の総年寄だった高志利貞（芝巖、1663-1732）の弟で、百済王金高志の末裔で、無欲の学者でした。校訂をしたのは住吉の住民である村上莊兵衛喜隆、版元は大坂心斎橋安堂寺町の村上伊兵衛で、刊行が2年遅れの宝暦2年（1752年）です。奥村は幼少の頃から学問が好きで、算学を勉強したようです。しかし独学だったのか、師とする人の名前は本の中に出できません。

『算法演段拾遺』は分かりやすいものではありません。6つの問題が解かれていますが、いずれも回りくどい言い回しで、理解しにくいのです。

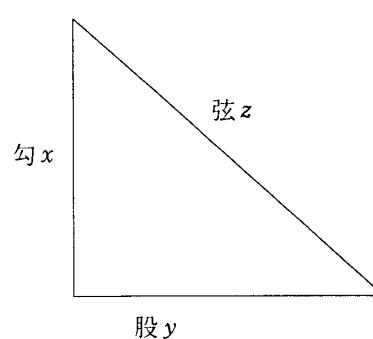
(第一問) 「今勾股田あり。積若干、只言う。勾股弦三和若干。問う、勾股弦各々幾何。」

$$\begin{array}{ll} x^2 + y^2 = z^2, & \textcircled{1} \\ xy = 2b, & \textcircled{2} \\ x+y+z=a, & \textcircled{3} \end{array}$$



(図11) 『算法演段拾遺』の序文の最初と最後の頁

## 泉州の和算家（続）



を解けばよい。③と①から

$$[a - (x+y)]^2 = x^2 + y^2,$$

左辺を展開して整理しますと

$$a^2 - 2a(x+y) + 2xy = 0,$$

この式に②式を代入し、 $x+y=a-z$ を使いますと

$$a^2 - 2a(a-z) + 4b = 0,$$

それで

$$z = (a-4b)/2a,$$

結局、 $x, y$ は、

$$x+y = (a^2+4b)/2a,$$

$$xy = 2b$$

を連立させて解けばよいことになります。以上が現代風の解き方です。それでは奥村邦具はどうしたか、説明しましょう。

「術に曰く、天元の一と立てて、勾となす。○——以て三和を減じ、余り股弦の二和と為す。積、勾、二和、以上三位下も別術に用いて真数と為す。」

未知数を勾= $x$ とおきます。三和=(勾+股+弦)から $x$ を引きますと股+弦。

真数というのは、当面所要の未知数を指す術語で、それが積と勾と二和だというのです。

この後の部分を（図12の左）を参照しながら、現代風に書き換えてみます。

「別に未知数を股= $y$ とおきます。二和=股+弦から $y$ を引くと、

$$(股+弦)-y = 弦$$

となります。これを平方しますと

<p>積 勾 二和 真数</p> <p>別立天元二爲勾。——以減二和余爲</p> <p>寄龙列爻自之。——加入勾巾爲亥中</p> <p>本術曰立天元一爲勾。——以減三和余</p> <p>爲文女二和自之内減勾巾余爲因二个二</p>	<p>問 勾爻各幾何。答曰以龙術先得勾</p> <p>術曰立天元一爲勾。——以減三</p> <p>和勾爻余爲爻玄二和</p>	<p>演段門</p> <p>住吉 村上莊兵衛喜隆校正</p> <p>奥村三介 邦具撰集</p> <p>算法拾遺 演段門</p>
--	--	---

(図12) 『算法演段拾遺』第一問

$$(y + \text{弦})^2 - 2(y + \text{弦})y + y^2 = \text{弦}^2$$

となり、ひとまずこの式を置いておきます。さて、股をもってきて平方し、勾の平方を加入しますと

$$\text{股}^2 + \text{勾}^2 = y^2 + \text{勾}^2 = \text{弦}^2,$$

先に置いた式と、この式とを相並べて比べてみますと

$$(\text{股} + \text{弦})^2 - \text{勾}^2 - 2(\text{股} + \text{弦})y = 0 \quad (4)$$

本術に言う。未知数として勾 $=x$ とおきます。

$$\text{三和} - x = (\text{勾} + \text{股} + \text{弦}) - x = \text{股} + \text{弦} = \text{二和}$$

となり、二和を平方して、勾 $^2$ を引きますと、余りは

$$(\text{股} + \text{弦})^2 - \text{勾}^2 = \text{股}^2 + 2\text{股}\text{弦} + \text{弦}^2 - \text{勾}^2 = 2\text{股}(\text{股} + \text{弦}) = 2(\text{股} + \text{弦})y \quad (5)$$

となります。二个二和（にかにわ）とは $2(\text{股} + \text{弦})$ を指します。个は数を意味します。二个二和を因数として、それに股 $=y$ を掛けたものが⑤式です。⑤式に勾 $=x$ を掛け、 $2xy(\text{股} + \text{弦})$ として、ひとまず置いておきます。

次に積 $2b$ をもってきて、それを2倍し、二个二和を掛け $4b(\text{股} + \text{弦})$ を得ます。これと先に置いたものとを

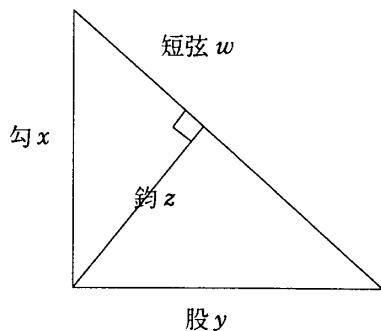
$$2xy(\text{股} + \text{弦}) = 4b(\text{股} + \text{弦})$$

として共通項を消去し、開方の式（方程式）を得、平方に開く（方程式を解く）と、勾 $x$ が得られる」というのが、奥村の説明です。

しかし以上の説明では、どうでもよいことがくどくと述べられ、④⑤式は重複して同じことを説明していますし、肝心の開方の方式は説明されていません。強いて彼の言いたかったことを、解釈すれば

積 $xy$ 、二和 $=x+y$ 、それにもう一つの未知数 $z$ が求められれば、解が得られることを言いたかったのだと思います。

（第二問）「今勾股田あり。股と鈎との和が6步4分。只言う。勾と短弦の和4步8分。勾股各々幾何を問う。」



この問題を現代風に解きますと、図のように未知数を指定します。そして

$$a = 6.4, b = 4.8$$

とおきますと、

$$y + z = a \quad (1)$$

$$x + w = b \quad (2)$$

および直角三角形の性質から

$$x^2 = z^2 + w^2 \quad (3)$$

$$(y^2 - z^2)w^2 = z^4 \quad (4)$$

が得られます。②から $w = b - x$ で表して、③に代入しますと

$$x^2 = z^2 + (b - x)^2,$$

$$\therefore x = (b^2 + z^2)/2b \quad (5)$$

それで

$$w = (b^2 - z^2)/2b \quad (6)$$

一方、①から $y = a - z$ から

$$y^2 - z^2 = a^2 - 2az \quad (7)$$

⑥⑦を④に代入して整理しますと

$$z^5 - (a^2 - 4b^2)z^4/2a - 2b^2z^3 + ab^2z^2 + b^4z - ab^4/2 = 0$$

となります。ここで  $a=6.4$ ,  $b=4.8$  を代入しますと、5次方程式

$$z^5 + 4z^4 - 46.08z^3 + 147.456z^2 + 530.8416z - 1698.69312 = 0$$

が得られます。これを和算独特の方法（西洋のホーナー法）で解きますと

$$z=2.4, \quad x=3, \quad y=4$$

となります。

和算の本には「間に曰く……」の後、「答に曰く」と実際の解が書かれるのですが奥村邦具は数値解を与えず、「先の術を以て股を得る」と書いて、極めてぶっきらぼうに答えています。そればかりか、「術に曰く」の部分が、始めは丁寧ですが後になり、最後の方なると急に訳の分からぬ説明で、すっと通り抜けてしまうような所があります。しかし彼が強調したかったことは

方程式に適当な変形を加えて、未知数の数を減らしていくこと

であり、その手続きを述べていると思われます。

以下、問題だけ上げておきます。

（第三問）「今勾股田有り。股弦の和9歩。只言う。勾と鈎の和は5歩4分。勾股各々いくらか。」

（第四問）「今勾股田有り。積6歩。只言う。勾股長弦の三和は12歩2分。問、各幾何。」

（第五問）「今勾股田有り。股弦の和若干。只言う、勾鈎長弦の三和若干。勾幾何を問う。」

（第六問）「今勾股田有り。積と勾の和9歩。只言う、勾股弦鈎四和14歩4分。問股幾何。答曰股4歩。」

最後の問だけ答の数値が出ています。これらの問題は（第一問）と（第五問）を除いて、すべて三辺が3, 4, 5の直角三角形に対する問題です。

(16)

『算法演段拾遺』の（第六問）は全く絶望的な計算をしています。現代式に翻訳しなおしますと、まず勾=x, 股=y, 弦=z, 鈎=wとおきます。題意によって

$$xy+2x=18 \quad ①$$

$$xy=zw \quad ②$$

$$x+y+z+w=14.4 \quad ③$$

$$x^2+y^2=z^2 \quad ④$$

という連立方程式ができます。①から

$$x=18/(y+2) \quad ⑤$$

④と⑤を使って、zをyで表しますと

$$z=\sqrt{324+y^2(y+2)^2}/(y+2), \quad ⑥$$

②と⑤から

$$w=xy/z=18y/\sqrt{324+y^2(y+2)^2} \quad ⑦$$

となります。ここで簡便のため、 $324+y^2(y+2)^2 \equiv A^2$  とおきますと、⑤⑥⑦を③に代入した式は

$$\frac{18}{y+2} + y + \frac{A}{y+2} + \frac{18y}{A} = 14.4$$

となります。この方程式の分母を払って

$$(y^2+2y+18+A)A+18y(y+2)=14.4(y+2)A,$$

整理しますと

$$(y^2-12.4y-10.8)A=-(y^4+4y^3+22y^2+36y+324)$$

となります。左辺を二乗したものは

$$\begin{aligned} & y^8 - 20.8y^7 + 36.96y^6 + 697.28y^5 + 2040.64y^4 - 6497.28y^3 \\ & + 43286.4y^2 + 86780.16y + 37791.36, \end{aligned} \quad (8)$$

右辺を二乗したものは

$$\begin{aligned} & y^8 + 8y^7 + 60y^6 + 248y^5 + 1420y^4 \\ & + 4176y^3 + 15552y^2 + 23328y \\ & + 104976 \quad (9) \end{aligned}$$

(8)=(9)として、移項して整理しますと、7次方程式

$$\begin{aligned} & -28.8y^7 - 23.04y^6 + 449.28y^5 \\ & + 620.64y^4 - 10673.28y^3 \\ & + 27734.4y^2 + 6452.16y \\ & - 67184.64 = 0 \end{aligned}$$

が得られます。この方程式に180を掛けた方程式が、(図13) に出てくる天元規格の方程式です。図の一番上は實の項(定数項)で  
 $-12093235.2 = -180 \times 67184.64$ ,

その次の項は方の項( $y$ )で

$$11421388.8 = 180 \times 63452.16,$$

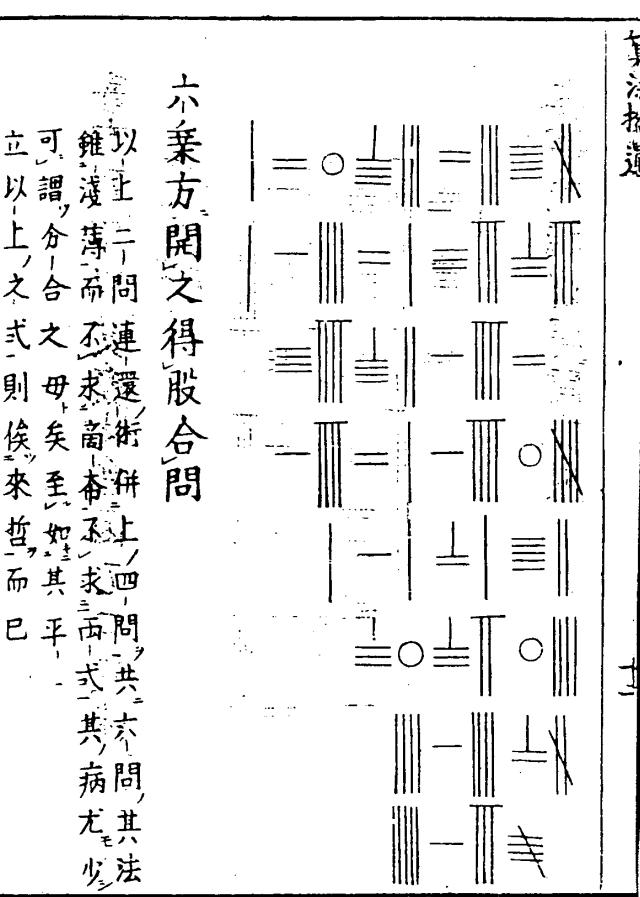
さらにその次は廉の項( $y^2$ )で

$$4992192 = 180 \times 27734.4$$

などとなります。

こうして得られた恐ろしく複雑な係数をもった7次方程式をホーナー法で解いて、 $y=4$ を得ます。算盤だけで、電卓もない時代、よくこのような複雑な数値計算ができると感心するばかりです。

「六乗方之を開く」というのは7次方程式を解くということです。



(図13) 『算法演段拾遺』12頁

(17)

奥村邦具は少し変わった人かも知れません。記法も少し違えています。

甲×乙×丙 は | 甲乙丙

と書くのが普通でしたが、彼は

甲乙
丙

というような書き方もしています。それから、最後に

$$(a + bx + cx^2 + dx^3)^4$$

$$(a + bx + cx^2 + dx^3 + ex^4)^5$$

などの展開式を求めているのですが、結果は大変分かりにくい表現になっています。

この本の最後に京都寺町五條上ル町、天王寺屋市郎兵衛という本屋さんの在庫目録が載っています。それをみると1750年よりずっと後に出版された本も載っていますので、『算法演段拾遺』は何版か増し刷りされたものと思われます。

### 最後に

前に書いた『泉州の和算家』と今回の論文で、書物を残している和算家は、現在のところ、すべて紹介した積もりです。

田原嘉明、小川正意、西脇利忠、田中芳洲（泉溟と号した）、奥村邦具  
と、泉州を歩き回ったと想像される

大島喜侍  
と、堺から出て大阪で名をなした

武田信元  
と、その人達の門人もあわせますと、結構な人数の和算家がいたことが分かります。

それだけではありません。實はないと思われていた算額もいつか存在していたのです。それについては、次の機会にまとめたいと思っています。

なお、参考までに、江戸時代、薩摩・長州には和算家が2人と3人、また土佐は唯一人だけ記録に残っていることを記録させていただきます。

今回も資料収集につきましては東北大学文学部の花登正宏教授と東北大学図書館にお世話になりました。特に右左も分からぬ仙台市で花登先生はじめご家族皆様に親切にしていただき、紙面を借りて感謝申し上げる次第です。

### 参考文献

- 日本学士院編『明治前日本数学史』(I-V) (1954-1960年; 岩波書店)
- 錢宝琮(川原秀城訳)『中国数学史』(みすず書房; 1990年)
- 林鶴一『和算研究収録』(上下; 1985年, 凤文書館)
- 島野達雄『華自紅——和算とキリストン』(近畿和算ゼミナール報告集(2)) (1998年)
- 廣瀬秀雄「授時暦と大津神社暦算額」(数学史研究82号, 1979年)
- 日本学士院編『明治前日本天文学史』(1960年; 岩波書店)