

[共同研究：南大阪再生と地域社会における大学の役割]

最適成長モデルにおける 再生可能資源の持続可能性条件 (1)*

中 村 勝 之

目 次

1. はじめに
 2. モデルの設定
 3. 第1基本モデル
 - 3.1. 生産者行動
 - 3.2. 消費者行動
 4. 第1基本モデルの均衡
 - 4.1. 生産要素市場均衡
 - 4.2. 最終財市場均衡
 - 4.3. 自然均衡
 5. 第1基本モデルの拡張 ～外生的技術進歩の導入～
 - 5.1. 生産要素市場均衡
 - 5.2. 最終財市場均衡
 - 5.3. 自然均衡 (以上本号)
 6. 第2基本モデル (以下次号)
 7. 第2基本モデルの拡張 (その1) ～漁業モデル的生産技術の導入～
 8. 第2基本モデルの拡張 (その2) ～アメニティの存在～
 9. まとめにかえて
- 数学付録 3元連立微分方程式体系の局所安定性
参考文献

要旨

本稿では、再生可能資源の持続を念頭においた社会計画者および再生可能資源の

*本稿は、桃山学院大学地域連携プロジェクト「南大阪再生と地域社会における大学の役割」(05連180)における研究成果の一部であり、その骨子は大阪市立大学「金曜セミナー」、大阪経済大学「制度論研究会」および桃山学院大学地域連携プロジェクト研究会で報告された。その席上森誠、中嶋哲也、中村英樹、大土井涼二(以上大阪市立大学)、瀬岡吉彦(大阪市立大学名誉教授)、宮本守(関東学院大学)、黒坂真、宋仁守、林由子、藤原忠毅、渡邊正英(以上大阪経済大学)、津田直則、前田徹生、望月和彦、矢根眞二(以上桃山学院大学)の各氏をはじめ、各研究会参加者からの有益なコメントを賜った。記して深謝する。なお草稿段階において三原裕子、弘田祐介、鈴木高志(以上大阪市立大学大学院)の各氏との議論は有益であった。なお本稿におけるすべての誤りは、筆者の責任に帰するものである。

キーワード：再生可能資源、最適成長モデル、横断条件、外生的技術進歩、Hartwick ルール

所有（利用）者によるその共同管理の可能性を排除した純粋市場経済において、経済主体が再生可能資源の運動方程式を制約条件とせず行動をとるもとで、いかなる条件で再生可能資源が持続可能なのかについて検討する。この点について本稿では、再生可能資源を原料にして最終財を生産する部門（第1部門）と再生可能資源を原料とせず最終財を生産する部門（第2部門）の2部門が存在する最適成長モデルを採用する。結果は以下の通り。

- ①再生可能資源は正值で持続可能な場合がある。そのためには以下の諸条件が必要である。(1)環境許容量が経済活動に比して十分大きく、(2)定常状態における消費者1人当たり物的資本が閾値未満で不変である、そして(3)所与の物的資本の初期値に対して、再生可能資源の初期値がそれを増加させるに足る水準で存在しなければならない。
- ②（源泉は何であれ）経済の持続的成長が実現するとき、再生可能資源は最終的に枯渇する。
- ③②の結論は、第1部門の生産技術が再生可能資源に依存する場合や、消費者の効用が再生可能資源に依存する場合であっても変わらない。

つまり再生可能資源の持続には、経済の成長停止が必ず必要になるということである。

1. はじめに

再生が可能な自然環境が豊富に存在する地域は、日本では俗に言う「過疎地域」に該当する。その地域における経済発展の1つの柱として、近年「観光」が注目されている。本稿では、観光資源としての再生可能資源を用いた経済発展の成功諸条件を理論的に考察するための準備稿として、再生可能資源を含んだ最適成長モデルにおける動学的性質を明らかにしたい。

この分析は大きく分けて2つの観点から行われている。第1の観点は、再生可能資源を採取する産業の動学的最適制御問題の分析である。その先駆的研究は Clark, Clarke, and Munro [1979] にみられる¹⁾。第2のそれは、再生可能資源が消費者の効用を高める下での動学的最適制御問題の分析である。その先駆的研究は Plourde [1970] にみられる。一連の先行研究において、次の点が重要な前提になっている。それは、

「再生可能資源の運動方程式が主体の最適制御問題の制約条件として仮定される」

ことである。これを前提にして分析する背後には、再生可能資源を枯渇させないことを念頭におく代表的制御主体の存在、別言すると社会計画者（ないしは共同管理主体）による最適制御を前提している。制御主体のそういう思いが実現する状況においては、(枯渇性資源ならまだしも) 再生可能資源が枯渇する可能性は皆無である。なぜなら再生可能資源の運動方程式が制約条件として与えられると、最適制御の必要条件として再生可能資源に関する横断

1) Conrad and Clark [1988] の第2章では、このモデルの解説を行っている。

条件が導出される。ところが、これによって再生可能資源が枯渇するような時間経路は合理的に排除されてしまうからである。この文脈から導かれる再生可能資源の枯渇可能性は、残った再生可能資源の多寡という程度問題として語られる傾向にあり²⁾、事実を歪曲して理解される可能性を否定できない。

そもそも森林資源や海洋資源といった再生可能資源に関わる問題の1つとは、いわゆる「共有地の悲劇」に典型のように、自然による自律的再生速度を上回る速度でわれわれが資源フローを無自覚に採取することで、これらが枯渇する可能性が危惧される性質のものである。ならば再生可能資源の持続を念頭におく社会計画者を捨象し、その所有（ないしは利用）者による共同管理の可能性も捨象した上で、消費者や生産者が再生可能資源のことを考慮せずに行動する純粋市場経済のもとで、再生可能資源の枯渇という事態がその必然として導出されるのだろうか。ところが最適成長モデルの枠組でこのことを検討した研究は見当たらない³⁾。そこで本稿では、すべての経済主体が再生可能資源の持続を考慮しない、一切の政府活動や主体間の協同的行動を捨象した最適成長モデルにおいて、再生可能資源がいかなる条件の下で枯渇せず持続可能なのかについて検討する。

論文の構成は以下の通りである。本稿では一貫して、再生可能資源を直接的原料として最終財を生産する第1部門と、再生可能資源を（直接的には）利用せず最終財を生産する第2部門が存在する2部門モデルを採用する。これをもとに第2節ではモデルの骨格について説明する。第3節から第4節では「第1基本モデル」として、両部門の生産技術が物的資本と労働に関して一次同次であるケースを分析し、第5節ではその拡張として、第2部門に外生的技術進歩が存在する状況を検討する。第6節では「第2基本モデル」として、第2部門に外部性が存在するケースについて分析する。第7節では第2基本モデルに第1部門の生産技術を修正したケース、第8節では第2基本モデルに消費者の効用関数を修正したケースについてそれぞれ考察する。そして最後に結論がまとめられる。

2) Plourde [1970] では、制御主体の最適制御問題を通じて導出される定常状態での再生可能資源水準が再生可能資源の再生率が最大となる水準よりも過少に、言い換えると再生可能資源が過剰に採取されることを示している。彼によれば、時間選好率がプラスの状況下では消費者が（相対的に）将来よりも現在の効用を重視し、（再生可能資源が持続可能なように制御してはいても）いわば「近視眼的」採取が生じやすいためだとしている。この結論を受けて Chichilnisky, Heal, and Beltratti [1995] では、Krautkraemer [1985] にもとづく消費者のアメニティを考慮した最適制御問題において、再生可能資源が最大限持続可能なもとで消費者の効用を最大にするルールを“Green Golden Rule”として示している。そして Beltratti, Chichilnisky, and Heal [1998] では消費者の最適制御問題において、“Green Golden Rule”に到達する条件について分析している。

3) 物的資本に人的資本を加えた2部門内生的成長モデルに環境資源が汚染される可能性を明示した Tahvonen and Kuuluvainier [1991] や、人的資本が環境汚染浄化に寄与するモデルを分析した Bovenberg and Smulders [1995] では、再生可能資源の運動方程式を考慮しない市場経済のケースが分析されている。だが本ノートのように厳密な検討はなされておらず、政府の税制を通じた再生可能資源の持続可能性を検討している。

2. モデルの設定

時点0から一定の N 人の消費者が存在し、各消費者が無限先までの時間視野をもつ最適成長モデルを考える。産業は先述の第1部門と第2部門が存在する。また外国との取引を捨象した閉鎖経済を前提する。そしてこの経済には、再生可能な自然資源ストック（以下「自然資本」） S_t が存在している。

第1部門では、 t 期において自然資本から G_t だけの自然資本を原料として採取し、それを最終財 B_t に加工して完全競争市場において価格 p_t^1 で消費者に販売する⁴⁾。ただしこの生産過程には、原料とともに物的資本ストック K_t^1 と労働 N_t^1 が必要であり、その関係が生産関数として、

$$B_t = \min \{ \Gamma_1 (K_t^1)^{\alpha_1} (N_t^1)^{1-\alpha_1}, \kappa G_t \} \quad (1)$$

で示される⁵⁾。ここで $\Gamma_1 > 0$ および $\kappa > 0$ は生産性パラメータ、 $\alpha_1 \in (0, 1)$ は第1部門の資本分配率を表すパラメータである。(1)式は、第1部門の最終財生産が原料と労働&物的資本の組合せのうち少ない方で決定されることを示している。なお第1部門は、自然資本の採取に際して何ら追加料金（自然資本の管理費用や採取権料）などを必要としないものとする⁶⁾。

他方第2部門では、 t 期において物的資本 K_t^2 と労働 N_t^2 を用いて最終財 Y_t が生産され、それを完全競争市場において価格 $p_t^2=1$ で販売する。この関係は生産関数、

$$Y_t = \Gamma_2 (K_t^2)^{\alpha_2} (Z_t N_t^2)^{1-\alpha_2}, \quad (2)$$

で示される。ここで $\Gamma_2 > 0$ は第2部門の生産性パラメータ、 Z_t は労働増加的技術進歩を表すパラメータ、 $\alpha_2 \in (0, 1)$ は第2部門の資本分配率を表すパラメータである。なお第2部門は第1部門に比べて資本集約的な産業であるとして、 $\alpha_1 < \alpha_2$ を仮定する。

次に消費者の選好として、 t 期における瞬間効用関数を、

$$u[c_t, b_t] = \frac{(c_t^\phi b_t^{1-\phi})^{1-\theta} - 1}{1-\theta}, \quad (3)$$

とする。ここで c_t, b_t はそれぞれ、 t 期における消費者1人当たりの第2部門最終財（以下

4) 農業製品価格に関する不確実性を導入した分析については、Conrad and Ludwig [1994] や Katayama and Ohta [1999] などがある。ただし彼らの分析は枯渇性資源を扱っている。他方需要の不確実性を導入した分析に関する数学的手法については山下 [2005] に詳しく、これは再生可能資源を扱っている。そして再生可能資源の再生に関する不確実性を伴うもとの、効用最大化を満足する時間経路と利潤最大化を満足する時間経路の比較を行ったものに太田・片山 [2001] がある。

5) Clark, Clarke, and Munro [1979] では、物的資本が労働投入の許容量として制約を与えるモデルを分析している。第1部門における物的資本と労働の代替ないしは補完関係がモデルの帰結にどのような差異をもたらすのかについて興味のあるところだが、この点に関しては別の機会に譲ることにしたい。

6) 本稿では第1部門による自然資本の共同管理の可能性を排除しているため、これはごく自然な仮定である。逆に言えば、この状況は自然資本が（第1部門にとって）フリーアクセスで利用可能である、すなわち自然資本が非排他性を持つ資本であることを意味する。他方で自然資本の採取に当たっては競合が当然生じるため、こうした性質をもつ財を「コモンプール財」とよんでいる（藪田 [2004]）。

第2財) および第1部門最終財 (以下第1財) の消費量である。また $\theta \in (0, 1)$ は相対的危険回避度を表すパラメータ, $\phi \in (0, 1)$ は第2財の消費から得られる効用を重視する程度を表すパラメータである。そして消費者の目的関数は, $\rho > 0$ を時間選好率として無限期間にわたる(3)式の割引現在価値として定義する。

$$U = \int_0^{\infty} \frac{(c_t^\phi b_t^{1-\phi})^{1-\theta} - 1}{1-\theta} e^{-\rho t} dt. \quad (4)$$

そして消費者は次式で示される予算制約に直面する⁷⁾。

$$\dot{a}_t = r_t a_t + w_t - c_t - p_t b_t. \quad (5)$$

ここで w_t は, t 期において1単位の労働賦存量をいずれかの部門に非弾力的に提供して得られる賃金, a_t は t 期において消費者が保有する資産残高, r_t は t 期に保有する資産の収益率, そして p_t は t 期における第1財の(相対)価格である。

最後に再生可能な自然資本の単位時間当たりの変化は, 自律的に再生される自然資本から採取された資源フローを控除した残りによって与えられる。ここでは一次接近として,

$$\dot{S}_t = \sigma S_t \left(1 - \frac{S_t}{\Sigma} \right) - G_t, \quad (6)$$

と仮定する。この式右辺第1項が「再生関数」とよばれるものである。ここで $\sigma \in (0, 1)$ は自然的条件に関する制約を一切受けないもとで最大限達成可能な成長率, $\Sigma > 0$ は「環境許容量」とよばれており, 完全に再生された際の自然資本の最大値をそれぞれ表している。ここから第1部門で採取される資源との関係から, 自然資本の最終的な再生の程度が決定される。

3. 第1基本モデル

以上の設定のもとで, 本節では第1基本モデルにおける各主体の行動について分析する。ただし本節では, (2)式において $Z_t = 1$ として分析を進めていく。

3.1. 生産者行動

(1)式において第1部門は, $\Gamma_1(K_t^1)^{\alpha_1}(N_t^1)^{1-\alpha_1} = \kappa G_t$ であるのが最も効率がよいことを知っている。このもとで第1部門の生産関数は $B_t = \Gamma_1(K_t^1)^{\alpha_1}(N_t^1)^{1-\alpha_1}$ で与えられる。これと(2)式を使えば, t 期で第 i 部門 ($i=1, 2$) に属する代表的企業の利潤 π_t^i は,

$$\pi_t^i = p_t^i \Gamma_i (K_t^i)^{\alpha_i} (N_t^i)^{1-\alpha_i} - w_t^i N_t^i - r_t^i K_t^i,$$

と与えられる⁸⁾。ここで w_t^i は t 期において第 i 部門で支払われる1人当たり賃金, r_t^i は第 i 部門で利用される物的資本に対する収益率をそれぞれ表している。各企業は(6)式を制約条件とする必要はないから, 最適条件として,

7) 変数の上につく「 \cdot 」はその変数を時間で微分したことを, すなわち $\dot{X}_t \equiv dX_t/dt$ を表している。

8) 本稿では単純化のため, 物的資本の減価償却を捨象する。

$$\frac{w_t^i}{p_t^i} = (1 - \alpha_i) \Gamma_i (K_t^i)^{\alpha_i} (N_t^i)^{-\alpha_i}, \quad (7a)$$

$$\frac{r_t^i}{p_t^i} = \alpha_i \Gamma_i (K_t^i)^{\alpha_i - 1} (N_t^i)^{1 - \alpha_i}, \quad (7b)$$

が導出される。

3.2. 消費者行動

代表的消費者は(5)式を制約条件として(4)式の最大化問題に直面するが⁸、ここでは2段階の意思決定に分割して分析する。第1段階では消費者が総所得を支出と資産運用に配分する。第2段階は支出に配分した総所得をもとに各財を購入する。

t 期における消費者1人当たりの支出額を ε_t としよう。このとき第2段階の問題は、

$$\text{Maximize } c_t^\phi b_t^{1-\phi},$$

$$\text{Subject to } \varepsilon_t = c_t + p_t b_t,$$

と記述することが⁸できる。この問題は容易に、

$$\begin{cases} c_t = \phi \varepsilon_t, \\ b_t = (1 - \phi) \varepsilon_t / p_t, \end{cases} \quad (8)$$

と計算できる。ここから第1段階における最適制御問題を再定式化すると、次のようになる⁹。

$$\text{Maximize } U = \int_0^\infty \frac{(\Phi p_t^{\phi-1} \varepsilon_t)^{1-\theta} - 1}{1-\theta} e^{-\rho t} dt,$$

$$\text{Subject to } \dot{a}_t = r_t a_t + w_t - \varepsilon_t.$$

各消費者も(6)式を制約条件の1つとせず行動するので、

$$\frac{\dot{\varepsilon}_t}{\varepsilon_t} = \frac{1}{\theta} \left\{ r_t - \rho - (1 - \phi)(1 - \theta) \frac{\dot{p}_t}{p_t} \right\}, \quad (9a)$$

によって支出額の運動方程式が導出される。それと同時に横断条件、

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \lambda_t a_t = 0, \quad (9b)$$

が導出される。ここで λ_t はこの最適制御問題におけるラグランジェ乗数である。

4. 第1基本モデルの均衡

生産者にせよ消費者にせよ、それぞれが直面する最適制御問題において制約条件として(6)式を仮定しないため、各主体の最適条件は再生可能資源の動向に影響を受けない。そのため第1基本モデルにおける均衡は、生産要素市場均衡、最終財市場均衡、再生可能資源の動態(以下「自然均衡」)が独立に記述される。

9) ここで $\Phi \equiv \phi^\phi (1 - \phi)^{1-\phi}$ である。

4.1. 生産要素市場均衡

2つの生産要素市場は完全競争が成立しているものとする。すると部門間で成立する生産要素価格に応じてスムーズに生産要素が移動し、均衡における生産要素価格は各部門で均等化する。この状況は $p_t^i = 1$ であることに注意して、

$$p_t \alpha_1 \Gamma_1 (K_t^1)^{\alpha_1 - 1} (N_t^1)^{1 - \alpha_1} = \alpha_2 \Gamma_2 (K_t^2)^{\alpha_2 - 1} (N_t^2)^{1 - \alpha_2},$$

$$p_t (1 - \alpha_1) \Gamma_1 (K_t^1)^{\alpha_1} (N_t^1)^{-\alpha_1} = (1 - \alpha_2) \Gamma_2 (K_t^2)^{\alpha_2} (N_t^2)^{-\alpha_2},$$

によって示される。ここで次の記号を定義する。各期の生産要素市場均衡において、総物的資本 K_t のうち h_t^K の割合が第1部門に投入され、残りが第2部門に投入される。同様に総労働量 N のうち h_t^N の割合が第1部門に投入され、残りが第2部門に投入される。このとき上2式から p_t を消去すれば、2つの投入割合の間には、

$$\frac{1 - h_t^N}{1 - h_t^K} = \frac{\alpha_1 (1 - \alpha_2) h_t^N}{\alpha_2 (1 - \alpha_1) h_t^K},$$

という関係が成立する。よって各時点の均衡で第1部門へ投入される各生産要素の割合は、

$$h_t^K = \frac{1}{1 + \alpha_2 (1 - \alpha_1)} \equiv h_K, \quad (10a)$$

$$h_t^N = \frac{1}{1 + \alpha_1 (1 - \alpha_2)} \equiv h_N, \quad (10b)$$

で与えられ、時間を通じて一定の値をとる¹⁰⁾。

4.2. 最終財市場均衡

次に最終財市場の均衡について検討する。

$k_t \equiv K_t/N$ を消費者1人当たりの総物的資本とすれば、閉鎖経済の前提から $a_t = k_t$ がすべての時点で成り立つ。この関係を踏まえて(5)式を全消費者で集計した上で、(1)、(2)、(7)、(8)、(10)の各式を利用すると k_t の運動方程式は、

$$\dot{k}_t = \tilde{\Gamma}_2 k_t^{\alpha_2} - \phi \varepsilon_t, \quad (11a)$$

と導出される¹¹⁾。この際、第1部門の均衡条件から、

$$p_t = \frac{(1 - \phi) \varepsilon_t}{\tilde{\Gamma}_1 k_t^{\alpha_1}}, \quad (12)$$

と第1財価格が得られる¹²⁾。次に(12)式から第1財価格の変化率を計算し、(7b)、(10)、

10) 2点補足しておく。

① $\alpha_1 < \alpha_2$ を仮定する限り、 $h_K < h_N$ が必ず成立する。

② 厳密に言うと、 η を $1 - h_t^N$ および $1 - h_t^K$ の最大公約数として(10)式は、

$$h_K = \frac{1}{1 + \eta \alpha_2 (1 - \alpha_1)},$$

$$h_N = \frac{1}{1 + \eta \alpha_1 (1 - \alpha_2)},$$

で与えられるべきである。だが η の値で本稿の結論が修正されることはないので、単純化のため $\eta = 1$ とした。

11) ここで $\tilde{\Gamma}_2 \equiv \Gamma_2 (1 - h_K)^{\alpha_2} (1 - h_N)^{1 - \alpha_2}$ である。

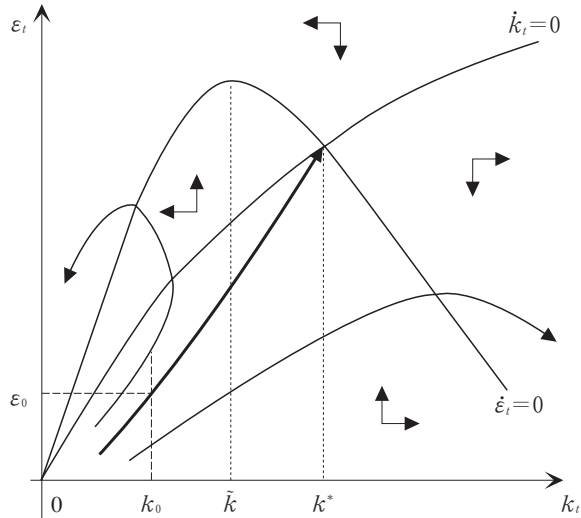


図1 第1基本モデルにおける最終財市場均衡

(11a)の各式とともに(9a)式に代入して,

$$\frac{\dot{\varepsilon}_t}{\varepsilon_t} = \frac{1}{\theta} \left(A_1 \tilde{\Gamma}_2 k_t^{\alpha_2 - 1} - A_2 \frac{\varepsilon_t}{k_t} - \rho \right), \quad (11b)$$

と ε_t の運動方程式が得られる¹³⁾。こうして(11)式および(12)式によって第1基本モデルにおける最終財市場均衡が記述される。

さて物的資本および支出額における運動の性質は(11)式より,

$$\dot{k}_t \geq 0 \Leftrightarrow \varepsilon_t \leq \frac{\tilde{\Gamma}_2}{\phi} k_t^{\alpha_2}, \quad (\text{複号同順})$$

$$\dot{\varepsilon}_t \geq 0 \Leftrightarrow \varepsilon_t \leq \frac{1}{A_2} (A_1 \tilde{\Gamma}_2 k_t^{\alpha_2} - \rho k_t), \quad (\text{複号同順})$$

によって明らかとなる。これらの条件式が等号で成立する位相線は、図1のように描くことができる。この図において2つの位相線は、 $k_t=0$ および、

$$k_t = \frac{1-h_N}{1-h_K} \left(\frac{\alpha_2 \tilde{\Gamma}_2}{\rho} \right)^{\frac{1}{1-\alpha_2}} \equiv k^*,$$

で交点を持つ¹⁴⁾。そして位相線で仕切られる4つの領域において矢印の方向に各変数の組合

12) ここで $\tilde{\Gamma}_1 \equiv \Gamma_1 (h_K)^{\alpha_1} (h_N)^{1-\alpha_1}$ である。

13) ここで θ, A_1, A_2 は次式で定義される。

$$\theta \equiv \theta + (1-\phi)(1-\theta) > 0,$$

$$A_1 \equiv \frac{\alpha_2}{1-h_K} + \alpha_1(\tilde{\theta} - \theta) > 0,$$

$$A_2 \equiv \phi \alpha_1 (\tilde{\theta} - \theta) > 0.$$

14) ただし、この図において \tilde{k} は $\dot{\varepsilon}_t=0$ の位相線の頂点に対応する1人当たり物的資本で、

$$\tilde{k} \equiv \left(\frac{\alpha_2 A_1 \tilde{\Gamma}_2}{\rho} \right)^{\frac{1}{1-\alpha_2}},$$

せが動いていく。

ここで k_0 を初期条件として、図にある ε_0 を上回る支出額を決定したとする。すると、それ以降の移行経路は北東方向から徐々に向きを変え、最終的には南西方向に動いていく。逆に ε_0 を下回る支出額を決定したとすると、それ以降は北東方向から南東方向へと徐々に向きを変えて推移していく。いずれの経路も早晩経済が持続不可能な状況に陥るので、こうした経路を選択するのは消費者にとって望まれることではない。ゆえに横断条件(9b)式を通じてこうした経路は合理的に排除され、唯一残った移行経路に乗るように ε_0 が決定される。そのもとで移行経路は北東方向にスムーズに推移していき、早晩 (k^*, ε^*) で示される定常状態に到達する。

4.3. 自然均衡

経済合理性にもとづいて最適な移行経路が前項の分析を通じて選択できるとしても、(6)式を制約条件としていないため、最終財市場均衡が自然資本の持続可能性と両立できる保証はどこにもない。そこでここでは、前項の結論と(6)式を組み合わせる自然均衡についてみていくことにしよう。

(1)式において一番効率のいい生産要素の組合せが選択されているとする。このとき生産要素市場均衡を前提にすれば、 t 期において $\Gamma_1(h_K K_t)^{\alpha_1}(h_N N)^{1-\alpha_1} = \kappa G_t$ を満足するように自然資本が原料として採取される。それが最終財に変換されるため、 $G_t = B_t/\kappa$ という関係が成立する。以下本稿では、単純化のため $\kappa = 1$ として分析を進めていく。

上記の関係性を(6)式に代入すれば、自然資本の運動方向は、

$$\dot{S}_t \gtrless \Leftrightarrow k_t \gtrless \left[\frac{\sigma}{N\bar{\Gamma}_1} \cdot S_t \left(1 - \frac{S_t}{\Sigma} \right) \right]^{\frac{1}{\alpha_1}}, \text{ (複号同順)}$$

によって決まる。この条件式から得られる位相線は図2の右象限に描かれており、これは $S_t = \Sigma/2$ で最大値 $(\sigma\Sigma/4N\bar{\Gamma}_1)^{1/\alpha_1} \equiv \bar{k}$ をもつ放物線である。そしてこの放物線より下(上)の領域において自然資本が増加(減少)、すなわち運動方向は、所与のに対して右(左)に動くことが分かる。ただし最終財市場均衡を踏まえた自然資本の動き方には2つのケースが存在する。

ケース(a)では環境許容量 Σ が十分大きく、 $k^* < \bar{k}$ が成立するケースを描いている。このとき k_0 は最終財市場均衡を記述する際に与えられているので、ここでもそれを踏襲し、たとえば自然資本の初期値が S^0 のときを考えてみよう。このとき自然資本は増加する方向に動く。だが左象限の図から物的資本もスムーズに増加していく。その結果、右象限のA点から始まる移行経路は北東方向に一旦進み、放物線に到達してからは北西方向に向きを変え

で定義される。そして図のように $\bar{k} < k^*$ が成立するためには、 $\alpha_2 + \alpha_1(1-h_K)(\bar{\theta} - \theta) < 1$ が成立しなければならないが、本稿ではこれを前提とする。もちろんこの条件が成立しない場合でも、第1基本モデルにおける帰結は変わらない。

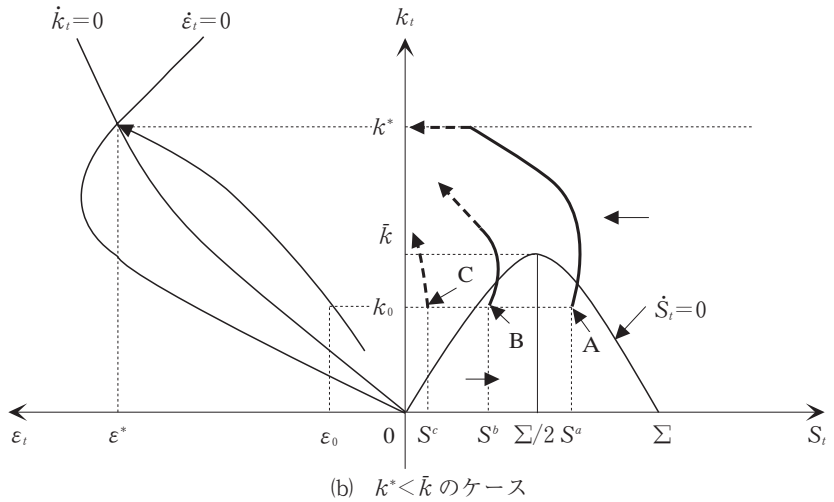
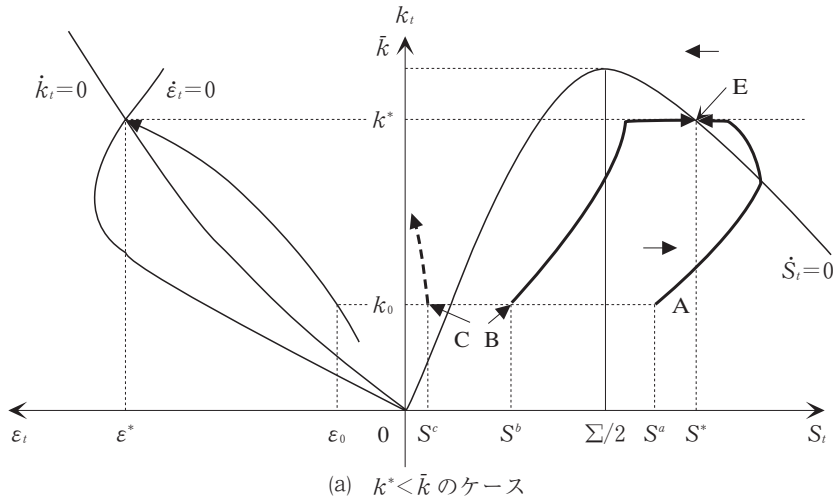


図2 第1基本モデルにおける自然均衡

て推移していく。だが最終財市場均衡が定常状態に到達すると物的資本が不変となるため、移行経路は北西方向から西方向に向きを変えて進んでいき、再び放物線上のE点に到達する。この状態において (k_t, ε_t) は変化することなく、同時に S_t も変化しない。つまり自然資本は移行経路の途中まで増加しつつもやがて減少し始めるが、最終的には S^* で持続することになる。自然資本が持続可能なケースは S^b を初期値とするケースでも同様である。すなわち、たとえば図のB点から出発する移行経路は北東方向に進んでいき、最終財市場が定常状態に到達してからは東方向に進んでいき、最終的に S^* で持続する。

もちろんこのケースでも自然資本が枯渇してしまうケースが存在する¹⁵⁾。それがたとえば

15) ある時点において自然資本が完全に枯渇すると、(3)式からそれ以降の瞬間効用が一定の負値を取る。これは第2財を消費する動機も失わせることになるから、論理上モデルは崩壊する。だが直感的

S^c を初期値とする移行経路である。この場合、図の C 点からの移行経路は最初から自然資本が減少する方向に向かうため、物的資本の動きとの兼ね合いで北西方向に進んでいく。その動きはやがて縦軸に到達する。言うまでもなくこの状態は、自然資本が完全に枯渇することを意味する。つまりこのケースで自然資本が持続するのは、物的資本の初期値に対して自然資本の初期値が自然資本を増加させるに十分な水準で存在しなければならないことを示している。

次にケース(b)をみてみよう。この図は環境許容量が小さく、 $k^* > \bar{k}$ が成立するケースを描いている。そしてケース(a)と同様 S^a という初期状態からの移行経路をたどっていくと、最終財市場均衡の定常状態に到達して以降の西方向の移行経路は再び放物線に到達することはなく、最終的に縦軸にまで進んでしまう。この事態はケース(a)でみたときと同様、自然資本が最終的に枯渇してしまうことを意味する。この結論は、たとえば S^b や S^c という初期状態から出発しても同じである。つまり環境許容量が小さいと、自然均衡は自然資本を最終的に枯渇させる方向に動くことになる。この分析結果を次の命題にまとめておく¹⁶⁾。

Proposition. 1 第1基本モデルの自然均衡において、自然資本は正値で持続しうる。だがそのためには、以下の諸条件を満たさなければならない。

- ①環境許容量が経済活動に比して十分大きい。
- ②定常状態における消費者1人当たりの物的資本が、環境許容量などで規定される閾値未満で不変である。
- ③自然資本の初期値が、物的資本の初期値に対して(初期時点において)自然資本を増加させる水準で存在する。

本稿のモデルにおいて人口成長はない。そのため、最終財市場均衡の定常状態においては (k^*, ε^*) が不変で推移していく。特に支出額が不変である帰結は、Hartwick [1978] が示した自然資本を含んだ動学的効率性の条件、

「自然資源が持続可能なもとでは消費水準は時間を通じて不変となる」

には人類は自然資本なしに存続不可能な存在である。その意味において、自然資本の最終的な枯渇によるモデルの崩壊は人類の滅亡を表している。

16) 計算による証明を与えておく。

$k_t = k^*$ のもとで自然均衡が成立するならば、(6)式より2次方程式、

$$\alpha S_t \left(1 - \frac{S_t}{\Sigma}\right) - N\bar{\Gamma}_1 (k^*)^{\alpha_1} = 0,$$

を満足する S_t が正値で存在しなければならない。ここから図2(a)の E 点に対応する自然資本の値は、

$$S^* = \frac{\Sigma}{2} + \sqrt{\frac{N\bar{\Gamma}_1 \Sigma}{\sigma}} \cdot \sqrt{\frac{\sigma \Sigma}{4N\bar{\Gamma}_1} - (k^*)^{\alpha_1}}, \quad (*)$$

と計算できる。ところが(*)式より、この値が実数値であるためには根号の中身が正、すなわち、

$$(\sigma \Sigma / 4N\bar{\Gamma}_1)^{1/\alpha_1} = \bar{k} > k^*$$

でなければならないことが容易に分かる。

(証明終)

に一致している (Hartwickルール)。だがこの条件だけではだめで、環境許容量が経済活動に比して十分大きいことと、移行当初において自然資本が増加するだけの初期値が存在しなくてはならない。これが Proposition. 1 の言わんとするところである。

その意味において、純粋市場経済において自然資本が持続可能であるのは全くの偶然である。見方を変えれば、純粋市場経済において自然資本が持続する場合、その水準が環境許容量 (Σ) 未満であったり、いわゆる “Green Golden Rule” (Chichilnisky, Heal, and Beltratti [1995]) を満たしていないとしても、それは本質的な問題ではないといえる。

5. 第1基本モデルの拡張 ～外生的技術進歩の導入～

繰り返しになるが、Proposition. 1 で重要なことは最終財市場均衡の定常状態において k^* が \bar{k} 未満で不変であることである。ところで k^* が不変である状況は、人口成長も技術進歩もない状況では経済成長が完全に停止することを意味する。もしこの状況が崩れて経済が定常状態においても持続的に成長するならば、早晚 \bar{k} を上回る状況が必ず出現し、自然資本の枯渇が純粋市場経済の必然として導出されるかもしれない。そこで本節では第1基本モデルの拡張として、第2部門に外生的技術進歩が存在する状況 (以下第1拡張モデル) について検討する。具体的には(2)式において $Z_t = e^{\chi t}$ であると仮定する。ここで $\chi > 0$ は一定の技術進歩率である。

5.1. 生産要素市場均衡

このような修正をしたもとでも、各主体における最適制御問題の最適条件は変わらない。他方生産要素市場均衡は前節と同じ記号を用いて、

$$p_t \alpha_1 \Gamma_1 (h_t^K K_t)^{\alpha_1 - 1} (h_t^N N)^{1 - \alpha_1} = \alpha_2 \Gamma_2 \{(1 - h_t^K) K_t\}^{\alpha_2 - 1} \{(1 - h_t^N) Z_t N\}^{1 - \alpha_2},$$

$$p_t (1 - \alpha_1) \Gamma_1 (h_t^K K_t)^{\alpha_1} (h_t^N N)^{-\alpha_1} = (1 - \alpha_2) \Gamma_2 \{(1 - h_t^K) K_t\}^{\alpha_2} Z_t^{1 - \alpha_2} \{(1 - h_t^N) N\}^{-\alpha_2},$$

と修正される。だが前節と同様の方法で上式から p_t を消去すると、

$$\frac{1 - h_t^N}{1 - h_t^K} = \frac{\alpha_1 (1 - \alpha_2) h_t^N}{\alpha_2 (1 - \alpha_1) h_t^K},$$

が得られ、結局第1拡張モデルの生産要素市場均衡は第1基本モデルと同じ条件を満たす。

5.2. 最終財市場均衡

次に最終財市場の均衡について検討する。 $\hat{k}_t \equiv k_t / Z_t$ を効率単位で測った消費者1人当たりの物的資本、 $\hat{\varepsilon}_t \equiv \varepsilon_t / Z_t$ を効率単位で測った消費者1人当たり支出額とすれば、第1拡張モデルにおける最終財市場均衡は(12)式および、

$$\dot{\hat{k}}_t = \tilde{\Gamma}_2 \hat{k}_t^{\alpha_2} - \phi \hat{\varepsilon}_t - \chi \hat{k}_t, \quad (13a)$$

$$\frac{\dot{\hat{\varepsilon}}_t}{\hat{\varepsilon}_t} = \frac{1}{\bar{\theta}} \left(A_1 \tilde{\Gamma}_2 \hat{k}_t^{\alpha_2 - 1} - A_2 \cdot \frac{\hat{\varepsilon}_t}{\hat{k}_t} - \rho - \bar{\theta} \chi \right), \quad (13b)$$

で記述される。

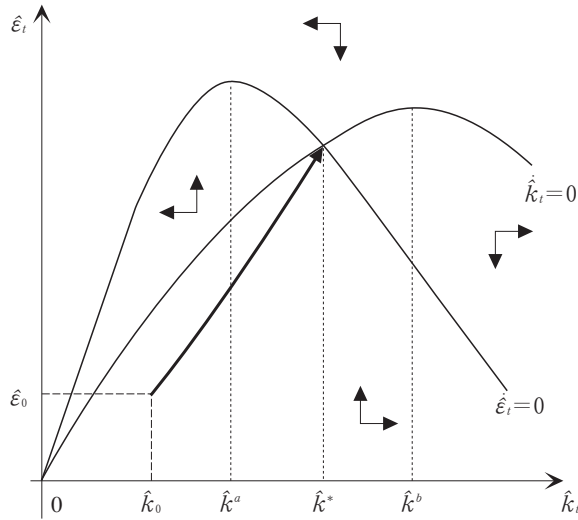


図3 第1拡張モデルにおける最終財市場均衡

(13)式から、これらの運動の性質は、

$$\hat{k}_t \geq 0 \Leftrightarrow \hat{\varepsilon}_t \leq \frac{1}{\phi} (\tilde{\Gamma}_2 \hat{k}_t^{\alpha_2} - \chi \hat{k}_t), \text{ (複号同順)}$$

$$\hat{\varepsilon}_t \geq 0 \Leftrightarrow \hat{\varepsilon}_t \leq \frac{1}{A_2} (A_1 \tilde{\Gamma}_2 \hat{k}_t^{\alpha_2} - (\rho + \tilde{\theta}\chi) \hat{k}_t), \text{ (複号同順)}$$

によって示される。これらの性質から得られる位相線は、図2のように描くことができる。

この図において2つの位相線は、 $\hat{k}_t=0$ および、

$$\hat{k}_t = \frac{1-h_N}{1-h_K} \left(\frac{\alpha_2 \tilde{\Gamma}_2}{\rho + \tilde{\theta}\chi} \right)^{\frac{1}{1-\alpha_2}} \equiv \hat{k}^*,$$

のもとで交点を持つ^{17),18)}。だが第1基本モデルと比較して $\hat{k}_t=0$ の位相線の形状が異なるだけで、図2の動学的性質は前節と本質的に変わらない。ゆえに横断条件を満足する唯一の経路に乗るように $\hat{\varepsilon}_0$ を決定すればよく、それ以降スムーズに定常状態 $(\hat{k}^*, \hat{\varepsilon}^*)$ に向かって推移していく。

17) ここで $\hat{\theta} \equiv \theta + (1-\alpha_1)(1-\phi)(1-\theta) > 0$ である。

18) ただしこの図において、

$$\hat{k}^a \equiv \left(\frac{\alpha_2 A_1 \tilde{\Gamma}_2}{\rho + \tilde{\theta}\chi} \right)^{\frac{1}{1-\alpha_2}},$$

$$\hat{k}^b \equiv \left(\frac{\alpha_2 \tilde{\Gamma}_2}{\chi} \right)^{\frac{1}{1-\alpha_2}},$$

はそれぞれ $\hat{\varepsilon}=0$ および $\hat{k}_t=0$ の位相線の頂点に対応する \hat{k}_t の値である。ここで前節と同様 $\alpha_2 + \alpha_1(1-h_K)(\tilde{\theta}-\theta) < 1$ を仮定すると、 $\tilde{\theta} > \theta$ なので $\hat{k}^a < \hat{k}^*$ が成立する。そして、

$$\rho + \tilde{\theta}\chi > \frac{1 + \alpha_2(1-\alpha_1)}{1-\alpha_1} \cdot \chi,$$

というパラメータ条件を仮定すると、 $\hat{k}^a < \hat{k}^b$, $\hat{k}^* < \hat{k}^b$ という大小関係が確定する。ここではこれを前提とするが、いうまでもなく、これら諸条件が成立しなくても以下の議論は修正されない。

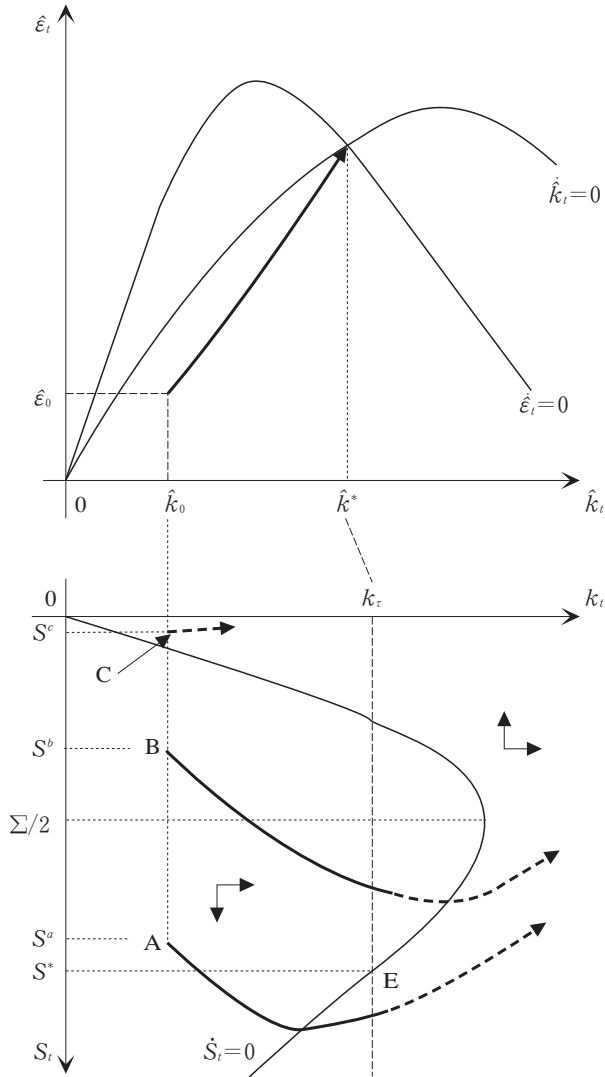


図4 第1拡張モデルにおける自然均衡

5.3. 自然均衡

周知の通り，外生的技術進歩が存在すると定常状態における経済成長率は技術進歩率 λ で与えられ，持続的成長が実現する。このもとで，自然資本は第1基本モデルのように持続可能となるケースが存在するのだろうか？

第1部門の生産技術は外生的技術進歩の直接的影響を受けない。そのため，第1拡張モデルにおける自然均衡は第1基本モデルがそのまま成立する。そこで図3を踏まえて第1拡張モデルの自然均衡の様子を描いたのが図4の下側に描いている。なおこの図では，有限の τ 期に最終財市場均衡の定常状態に到達したとして， $k_\tau = \hat{k}^* e^{\lambda\tau} < \hat{k}$ という状況を考えている¹⁹⁾。そして前節との比較で，3つの自然資本の初期条件 S^a, S^b, S^c を考えてみよう。ただしC点

から出発する移行経路は図2と変わらないので、考察の対象は A 点および B 点から始まる移行経路のみとなる。

A, B 点から始まる移行経路は、最終財市場が定常状態に到達するまでは第1基本モデルと同じように進む。ところが最終財市場が定常状態に到達してからの移行経路は、1人当たり物的資本が λ の率で成長するため E 点に向かうことはなく、早晚位相線を越えて北東方向へ進路を変えていく。つまり第1基本モデルでは E 点に向かう初期状態の組合せであっても、(外生的にせよ) 経済の持続的成長によって C 点から出発する移行経路と同様、自然均衡は最終的に横軸に漸近する。この分析結果を次の命題にまとめておく。

Proposition. 2 第1基本モデルが外生的技術進歩によって持続的成長が実現するとき、自然資本は最終的に枯渇する。

第1部門は外生的技術進歩の影響を直接的に受けない。だが第2部門が外生的技術進歩によって持続的に拡張していくと、生産要素市場均衡が(10)式で与えられることもあって、蓄積された物的資本が持続的に第1部門に投入される。そのことを通じて第1部門による自然資本の採取に歯止めがかからなくなる。その結果、自然資本の持続を念頭におかずに行動する純粋市場経済では、自然資本の枯渇問題がその必然として帰結される。これが Proposition. 2 の主張するところである。

19) もちろん $k_c > \bar{k}$ のケースも考えることはできるが、結論は何ら修正されない。

Sustainability Conditions of Renewable Resource under Optimal Growth Mode (1)

Katsuyuki NAKAMURA

In this study, we examine sustainability conditions of the renewable resource under two sector optimal growth model without social planner and co-operation by its owners or users. We assume that, moreover, each representative agent doesn't take account of the renewal of renewable resource. And in this part of our study, we examine the cases of the constant returns to scale production technology in each sector and that with the exogenous technological progress in sector2 (manufacturing sector).

The findings of this part are as follow. First, renewable resource can be sustainable under exogenous technological progress, but this must be met following conditions. (1) Potential capacity in the renewable resource is large enough compared with economic activities. (2) Steady state level of physical capital per capita is constant over time and smaller than the critical level of physical capital determined by the potential capacity in the renewable resource. And (3) there must be the initial level of renewable resource which can generate the growth of renewable resource at initial time. Second, however, no longer renewable resource can sustain at positive level with exogenous technological progress.