

〔共同研究：コンピューター利用による計量モデルの研究〕

非線型計量経済モデルの摂動系に関する 線型近似について*(1)

山本紀徳**, 高井孝之***

1 序

経済計画の基となる計量経済モデルは、近年ますます大規模かつ複雑なものになってきている。具体的にいようと、方程式系の変数の数や方程式の本数は非常に多くなり、また、方程式の形状もさまざまなノンリニアなタイプを取るのが一般的である。ところが、このように大規模かつ複雑化したモデルを使って、たとえば政策シミュレーションなどを行う場合には、リニアな方程式系の場合と異なり、政策外生変数を変動させたときの基本マクロ変数の変動を的確に把握することが大変難かしいことになる。従って、政策効果を検討しようとする際は、ある一つの政策外生変数を、一定の期間にわたり一定量だけ変動させたときの基本マクロ変数の変動をみる試みを行うのが通例である。しかし、考察の対象となっているモデルの特質を知り、かつ、モデルのもつ操作可能性をより高めるためには、さまざまな政策外生変数を同時に変動させて、基本マクロ変数の変動に重大な影響を及ぼす変数をつきとめ、その影響の度合を計測しようとする試みがなされる必要があるであろう。いわゆる混合型の経済において、中央政府が誘導して経済を運営していく場合、政策変数の変動と基本マクロ変数の変動との関連の把握が決定的に重要だからである。

筆者らの一人は、多部門分割モデルを基礎とした線型計画モデルにおいて、さまざま外生変数をさまざまな期間にわたって、ランダムに変動させたときの基本マクロ変数の変動を定式化する試みを行い、変動に関してかなりの適合度をもつ方程式系をつくりだすことができた。¹⁾ 今回は、そのときの経験をもとにして、ノンリニアな計量経済モデル（わが国の「経済社会基本計画」（1973年策定）において、マクロ的な計画フレーム策定の基礎となった中期マクロモデル—1973）²⁾ を対象として同様の作業を行った。その際、いくつかの主要な政策外生変数の変動の仕方を前回のそれと比較してより現実的なものに変えるとともに、それらの政策外生変数の変動にともなう内生変数の変動を記述する系は、すべてリニアな式（より厳密な表現をすれば、区分的線型（piecewise linear）な式）³⁾で表現することとした。すなわち、主要な政策外生変数を各期にわたってランダムに変動させるとともに、それらの変動にともなう、ノンリニアな型で specificate された内生変数の変動について、シミュレーションを通じて線型回帰分析を行ったのである。線型回帰分析にお

* 本稿のための種々の計算は京都大学大型計算機センターの FACOM M-382 システムを利用して行われた。種々の統計解析には、統計パッケージ SAS (Statistics Analysis System ([M1], [M2])) を、また図形出力には ANALYST/GRAFIC ([M3]) をそれぞれ使用した。

** 本学経営学部教授。

*** 京都大学大型計算機センター。

1) 山本紀徳 [4]。

2) 経済審議会計量委員会編 [5]。

3) もとの方程式系において、ノンリニアな式で $y=f(a, b, c)$ などと表現された変数 y の変動 Δy を、 $\Delta y = \alpha \cdot \Delta a + \beta \cdot \Delta b + \gamma \cdot \Delta c + \theta \cdot \Delta y(s_1) + \dots + \omega \cdot \Delta y(s_6)$ (ここに、 α, \dots, ω は定数) などのリニアな式で表現するが、例えば $\Delta y(s_1)$ は、変数 s_1 に関して区分的線型な関数となっている。セクション 3-3 参照。

ける説明変数の選択には、若干の工夫が加えられている。具体的にいうと、説明変数としては、(1)もとのノンリニアな方程式に含まれているすべての内生変数の変動量 (2)ある一つの政策外生変数だけが当期に変動したときに、当該内生変数が当期に受ける変動量 (すべての主要な政策外生変数について、この変動量を説明変数の対象とする。) を選んだのである。

上記の、いわば(区分)線型変動方程式系と名付けうるわれわれのシステムは、政策外生変数の変動にともなう内生変数の変動をかなり正確に記述するものであることが、追加的な実験によって検証された。勿論、われわれには今後このシステムのもつ、現象に対する記述の正確さの度合について、より精密な方法で検証する必要が残るが、こうした線型変動方程式系を作りだすことは、次の点からみて大きな意義をもつものと考える。

(1) 系が線型であるために、ある政策目標を達成する上で政策手段の存在性(policy existence)、その一意性(policy uniqueness)およびそれらの企画(policy design)等が、よりわかりやすい形で議論できる。⁴⁾

(2) ある政策問題を数理計画法の手法(例えば、2次計画法)などを用いて最適化問題として解こうとするような場合、系が線型であれば、その取扱はより簡単でしかもよりわかりやすいものになる。

以下、セクション2ではノンリニアな関数でspecificateされた内生変数の変動を線型近似する方法についての理論的根拠を明らかにする。セクション3のそれぞれの小節では、(1)基準となるモデルの説明(2)標準的なシナリオのもとでの上記(1)のモデルの解(基準モデルの解)の求め方およびいくつかの政策外生変数を変動させる、いわゆるシミュレーションの方法(3)シミュレーションの結果得られた解と基準モデルの解との差—変動量—を被説明変数として線型回帰分析を行った結果の検討(4)上記(3)によって得られた線型変動方程式系の適合度を検証する方法およびその実験結果の検討が論じられる。セクション4は今後の残された問題点などを議論する。

2 ノンリニア・システムの摂動系に関する線型近似

ノンリニア・システム

$$(2-1) \quad X_{it}^0 = f_i(X_{t-s}^0, \dots, X_{t-s}^0; E_t^0, \dots, E_{t-s}^0) \quad t=1, \dots, T; i=1, \dots, N$$

がある。ここに、 E_t^0, \dots, E_{t-s}^0 は標準的シナリオのもとでの対応する期における外生変数を示し、 $X_{t-s}^0, \dots, X_{t-s}^0$ はそのシナリオでの対応する期における内生変数を示している。今、外生変数のうちある特定のk個のみが考察の対象期間にわたって次の(2-2)のように変動するとき、システム(2-1)の解の変動について考えてみよう。

$$(2-2) \quad E_t = E_t^0 + \Delta E_t \quad \Delta E_t = (\Delta e_{tp}) \quad p=1, \dots, k$$

$$E_{t-s} = E_{t-s}^0 + \Delta E_{t-s} \quad \Delta E_{t-s} = (\Delta e_{t-s, p}) \quad p=1, \dots, k$$

r期における解 X_r^0 の変動を $\Delta X_r(\Delta E_r)$ などで表わすと、

$$(2-3) \quad X_{it}^0 + \Delta X_{it}(\Delta E_t) = f_i(X_t^0 + \Delta X_t(E_t), \dots, X_{t-s}^0 + \Delta X_{t-s}(\Delta E_{t-s})) \quad i=1, \dots, N$$

と書くことができる。それ故、

$$(2-4) \quad \Delta X_{it}(\Delta E_t) = f_i(X_t^0 + \Delta X_t(E_t), \dots, X_{t-s}^0 + \Delta X_{t-s}(\Delta E_{t-s})) - f_i(X_t^0, \dots, X_{t-s}^0)$$

より、(2-4)式の右辺の第一項を $(X_t^0, \dots, X_{t-s}^0)$ (以下、(0)と略記する)のまわりで一次展開すれば、

4) これらの問題について、系が静態的である場合と動態的である場合とを統一的なフレームワークのもとで論じたものに、Preston and Pagan [3]がある。

$$(2-5) \quad \Delta X_{it}(\Delta E_t) = \sum_j \frac{\partial f_i}{\partial X_{jt}} |_{(.)} \Delta X_{jt}(\Delta E_t) + \dots + \sum_j \frac{\partial f_i}{\partial X_{jt-s}} |_{(.)} \Delta X_{jt-s}(\Delta E_{t-s}) + \varepsilon_{it}(\Delta E_t) \quad i=1, \dots, N$$

となる。ここに、 $\varepsilon_{it}(\Delta E_t)$ は一次展開による誤差を示す。

また、変動のシステム (2-2)において、 $p(p=1, \dots, k)$ を一つ固定して、 Δe_{tp} のみを変動させたときの解 X^0_t の変動を $\Delta X_t(\Delta e_{tp})$ と書くことにしよう。すなわち、

$$(2-6) \quad \Delta X_{it}(\Delta e_{tp}) = f_i(X^0_t + \Delta X_t(\Delta e_{tp}), \dots, X^0_{t-s}) - f_i(X^0_t, \dots, X^0_{t-s})$$

である。(2-4) 式より、

$$(2-7) \quad \Delta X_{it}(\Delta E_t) - \Delta X_{it}(\Delta e_{tp}) = f_i(X^0_t + \Delta X_t(\Delta e_{tp}), \dots, X^0_{t-s} + \Delta X_{t-s}(\Delta E_{t-s})) - f_i(X^0_t + \Delta X_t(\Delta e_{tp}), \dots, X^0_{t-s})$$

であるが、右辺の各項をそれぞれ $(X^0_t, \dots, X^0_{t-s})$ のまわりで一次展開すれば、

$$(2-8) \quad \Delta X_{it}(\Delta E_t) - \Delta X_{it}(\Delta e_{tp}) = \sum_j \frac{\partial f_i}{\partial X_{jt}} |_{(.)} (\Delta X_{jt}(\Delta E_t) - \Delta X_{jt}(\Delta e_{tp})) + \dots + \sum_j \frac{\partial f_i}{\partial X_{jt-s}} |_{(.)} \Delta X_{jt-s}(\Delta E_{t-s}) + \rho_{it}(\Delta e_{tp}) \quad i=1, \dots, N$$

である。ここに、 $\rho_{it}(\Delta e_{tp})$ は一次展開による誤差を示す。今、右辺の第一項における関数行列 $f = (f_i)$ のヤコビアン J_t に対して $(I-J_t)$ が正則であるとすれば、(2-8) 式より

$$(2-9) \quad \Delta X_{it}(\Delta E_t) = \Delta X_{it}(\Delta e_{tp}) + (I-J_t)^{-1} \cdot L_1 + \mu_{it}(\Delta e_{tp}) \quad i=1, \dots, N; p=1, \dots, k$$

と表わすことができる。ここに、 I は単位行列を、 L_1 は $\Delta X_{t-1}(\Delta E_{t-1})$ などの一次結合を、また $\mu_{it}(\Delta e_{tp})$ は一次展開による誤差をそれぞれ示している。

これまでの議論は、要するに、 ΔE_t の変動にともなう解 X_t の変動 $\Delta X_{it}(\Delta E_t)(i=1, \dots, N)$ は、(2-5) 式および(2-9) 式による、計 $(k+1)$ 個の表現の仕方があるということである。すなわち、 $\Delta X_{it}(\Delta E_t)(i=1, \dots, N)$ は、

- (1) 他の内生変数（ラグ付き変数を含む）の変動の一次結合と誤差
- (2) ある特定の外生変数のみを、特定の期のみに変動させたときに、考えている内生変数が受け
る影響 ($\Delta X_{it}(\Delta e_{tp}); p=1, \dots, k$) およびラグ付き内生変数の変動の一次結合ならびに誤差
で表現することができる。

そこで、 $\Delta E_t(t=1, \dots, T)$ の成分 $\Delta e_{tp}(p=1, \dots, k)$ は、

$$(2-10) \quad e_{tp} \leq e_{tp} \leq \bar{e}_{tp}$$

の範囲を動く、互いに独立な確率変数とし、それぞれの分布は(2-10)の範囲において、一様に分布していると設定しよう。

ある $\Delta E_t, \dots, \Delta E_{t-s}$ が実現したときに、 t 期における $X_{it}(\Delta E_t)$ の変動 $\Delta X_{it}(\Delta E_t)$ を、

$$(2-11) \quad \Delta X_{it}(\Delta E_t) \sim \sum_q \alpha_q \cdot \Delta X_{qt}(\Delta E_t) + \dots + \sum_q \omega_q \cdot \Delta X_{qt-s}(\Delta E_{t-s}) + \beta_1 \cdot \Delta X_{it}(\Delta e_{t1}) + \dots + \beta_r \cdot \Delta X_{it}(\Delta e_{tr})$$

によって線型近似したとき、その近似による誤差 U_{it} は確率変数である。それ故、 $\Delta E_t(t=1, \dots, T)$ をランダムに一様に発生させて一連の実験（シミュレーション）を行い、それらのシミュレーション結果をデータと考え、誤差 U_{it} に関して通常の、正規性等の設定が満たされているとした場合には、 $\Delta X_{it}(\Delta E_t)$ の推定を線型回帰分析の方法を用いて行うことができる。

3-1 モ デ ル

われわれの目的にとって適切と思われるノンリニアーモデルとして、われわれは、わが国の「経済社会基本計画」(1973年策定)において、マクロ的な計画フレーム策定の基礎となった中期マクロモデル—1973を取り上げた。このモデルを選択したのは次の理由による。

- (1) このモデルは、35本の構造方程式と37個の定義方程式からなるノンリニアーモデル系で、

合計116個の変数（72個の内生変数と44個の外生変数）を含む中型モデルである。この規模はわれわれのデータ処理および分析にとって適切なものである。

- (2) このモデルには、様々なタイプのノンリニアな方程式が含まれている（合計33個）。
- (3) 44個の外生変数には、例えば、個人税減税額、間接税負担率や公害妨除投資額などが含まれているが、これらの変数をシミュレーション変数として取扱うことにより、かなり現実的な意味をもつシミュレーション分析を志向することができる。

中期マクロモデル—1973を、以後の分析の説明に必要と思われるものに限って解説しよう。このモデルは、次のブロックおよびそのブロックに属する方程式に分割できる。なお、式中、記号 f はノンリニアなタイプのものを、また、記号 l はリニアなタイプのものを示し、記号 $(-*)$ はラグつき変数のタイムラグが $*$ であることを示している。記号の上にある \cdot は、対前年増加率（%表示）である。また、外生変数については後にシミュレーションを行う場合に変動させるもののみについて表示をし、他の外生変数についての表示を殆んどすべて割愛した。なお、これらの方程式は、昭和29年度上半期～昭和45年度上半期（34標本）のデータに基き推定されたものである。

1 実質支出ブロック

- (a) 個人消費関数

C

$$C = f((YD + AU)/PC, C(-1))$$

- (b) 民間設備投資関数

IP

$$IP = f(\sum_{-2}^{-1} (YC + AC - TC)/PI, I, (LBSTAR - BBBAR + PI \cdot DP + SC)/PI, GAP, \\ GAP(-1))$$

- (c) 民間住宅投資関数

IH

$$\log(IH) = f(\log(IH)(-1), \log((YD + AU)/PC), \log(PH/PC), \\ \log((I)(-1) + (I)(-2)))$$

- (d) 民間在庫投資関数

JP

$$JP = l(V, KJP(-1), (I(-1) + I(-2)))$$

- (e) 鉱工業生産指數統計式

O

$$O = l(EC, IP, JP, (C + CGBAR + IH + IGBAR))$$

- (f) 資本減耗引当関数

D

$$D = l(K)$$

- (g) 国際収支関連関数

- (1) 商品輸出

EC

$$\log(EC) = f(\log(PEC))$$

- (2) 原燃料輸入

MCMTID

$$MCMTID = l(O, ((I)(-1) - (I)(-2)), PJP)$$

- (3) その他輸入

MCCTID

$$MCCTID = l(IP, (V + M - IP), PJP)$$

2 調整（物価・賃金・労働）ブロック

- (a) 物価関連関数

- (1) 個人消費支出デフレーター

PC

$$\dot{P}C = f(\dot{w}, ITA, PJP(-1))$$

- (2) 民間在庫残高デフレーター

PJP

$$\dot{P}JP = f(\sum_{-2}^{-1} (w/ITA), (KJP/O), GAP(-1))$$

(3) 投資関連物価

(α) 民間設備投資デフレーター PI

$$\dot{P}I = f(\dot{P}I, \dot{P}A, \dot{P}JP)$$

(β) 民間住宅投資デフレーター PH

$$\dot{P}H = f(\dot{w}, \dot{P}I)$$

(γ) 政府固定資本形成デフレーター PIG

$$\dot{P}IG = f(\dot{w}, \dot{P}I)$$

(4) 輸出関連物価

(α) 商品輸出デフレーター PEC

$$\dot{P}EC = f(\dot{P}JP, \sum_{-3}^0 (IP - PPMBAR))$$

(β) その他輸出デフレーター PE0

$$\dot{P}E0 = l(w, \dot{P}JP)$$

(b) 労働需要・賃金

(1) 賃金労働需要関数 W

$$W/P \cdot V = f((YC + AC)/(Y + A), LW/L)$$

(2) 失業者数 U

$$U = f(\sum_{-2}^0 (IP/V), O/O(-2), LW)$$

(3) 賃金調整関数 w

$$\dot{w} = f(u, \dot{P}C, (YC + AC)/(Y + A)(-1))$$

3 分配ブロック

(a) 法人所得関数 YC

$$(YC + AC)/(Y + A) = f((IP - DP)/V, O, I)$$

(b) 個人利子・賃貸料所得関数 YR

$$YR = l((Y + A))$$

(c) 個人配当関数 DI

$$DI = l((YC + AC), DI(-1))$$

(d) 個人税および税外負担関数 TP

$$TP = l((YP + AU), (YP + AU)(-1), TPBAR)$$

(e) 法人税関数 TC

$$TC = f(\sum_{-1}^0 ((YC + AC - DI) \cdot RIBAR, \sum_{-1}^0 DI))$$

(f) 間接税関数 TI

$$TI = f((P \cdot V + A) \cdot TIBAR)$$

(g) 在庫品評価調整関数 AP, AC

$$AP = f((PJP - PJP(-1)) \cdot (0.5 \cdot JP + KJP(-1)))$$

$$AC = l(AP)$$

4 金融ブロック

(a) 金融機関対民間貸出関数 LBSTAR

$$LBSTAR = f(\sum_{-1}^0 DTDB, (PI \cdot IP + JPDASH - AP - SC - PI \cdot DP)(-2), IC)$$

(b) 賦蓄性預金関数 DTDB

$$DTDB = l((YD + AU), LBSTAR, \sum_{-1}^0 BF)$$

(c) コール・レート関数

$$IC = f(IC(-1), \sum_{-1}^0 (BG - BF) / P \cdot V)$$

(d) 全国銀行貸付平均金利関数

$$I = f(I(-1), (PI \cdot IP + JPDASH - AP - SC - PI \cdot DP)(-1), \sum_{-1}^0 DTDB)$$

5 生産ブロック

生産能力決定式 VSTAR

$$\log(VSTAR) = f(\log(KP + KG1), \log(KG2))$$

また、このモデルには37個の定義式があるが、以後の説明に必要なものに限りここに掲げることとする。なお、以下の方程式中 EXOG は、外生変数またはそれらの代数和を示している。

(a) 輸出と海外からの所得（実質） E

$$E = EC + EXOG$$

(b) 輸入と海外への所得（実質） M

$$M = MC + EXOG$$

(c) 実質国民総支出 V

$$V = C + IP + IH + JP + E - M + EXOG$$

(d) 国民総支出デフレーター P

$$P = (PC \cdot C + PCG \cdot CGBAR + PIG \cdot IGBAR + PI \cdot IP + PH \cdot IH + JPDASH - AP + PE \cdot E - PM \cdot M) / V$$

(e) 国民所得 Y

$$Y = TI + PD \cdot D - P \cdot V + EXOG$$

(f) 個人業主所得 YU

$$YU = Y - (W + YR + YC + EXOG)$$

(g) 海外に対する債権の純増 BF

$$BF = (PE \cdot E - PM \cdot M) + EXOG$$

(h) 政府バランス BG

$$BG = (SG + PIG \cdot EXOG) - (PIG \cdot IGBAR + EXOG)$$

(i) 雇用者数 LW

$$LW = W / w$$

(j) 総就業者数 L

$$L = EXOG - U$$

(k) 失業率 u

$$u = U / EXOG \cdot 100$$

(l) 評価調整前の名目民間在庫投資 JPDASH

$$JPDASH = (PJP \cdot KJP) - (PJP \cdot KJP)(-1)$$

(m) 政府貯蓄 SG

$$SG = (TI + TC + TP + CGBAR + EXOG) - (PCG \cdot CGBAR + EXOG)$$

(n) 資本減耗引当デフレーター PD

$$PD = (PI \cdot DP + PH \cdot DH + PIG \cdot EXOG) / D$$

(o) 輸出と海外からの所得デフレーター PE

$$PE = (PEC \cdot EC + PE0 \cdot EXOG) / E$$

(p) 輸入と海外への所得デフレーター PM

$$PM = (EXOG \cdot MC + EXOG) / M$$

(q) 労働生産性 ITA

$$ITA = V / L \cdot 1000$$

(r) 需給ギャップ率 GAP

$$GAP = (VSTAR - V) / VSTAR \cdot 100$$

参考のために、既出の変数についての一覧表を以下に掲げる。

変数一覧表（アルファベット順）

記号	変数名	単位
A	在庫品評価調整額	時価10億円
A C	法人在庫品評価調整額	〃
A P	民間在庫品評価調整額	〃
A U	個人在庫品評価調整額	〃
B B B A R	金融機関国債保有増減	〃
B F	海外に対する債権の純増	〃
B G	政府バランス	〃
C	個人消費支出	40年価格10億円
C G B A R	政府の財貨サービス経常購入	〃
D	資本減耗引当	〃
D I	個人配当	時価10億円
D P	民間企業資本減耗引当	40年価格10億円
D T D B	貯蓄性預金増減+金融債発行額	時価10億円
E	輸出と海外からの所得	40年価格10億円
E C	商品輸出(FOB)	〃
G A P	需給ギャップ率	%
I	全国銀行貸付平均金利	年利%
I C	コール・レート	年利%
I G B A R	政府固定資本形成	40年価格10億円
I H	民間住宅投資	〃
I P	民間企業設備投資	〃
I T A	労働生産性	1000円／人
J P	民間在庫投資	40年価格10億円
J P D A S H	評価調整前の名目民間在庫投資	時価10億円
K G 1	国鉄・電電資本ストック	40年価格10億円
K G 2	その他政府関連資本ストック	〃
K J P	民間在庫品残高	〃
K P	民間企業資本ストック	〃
L	総就業者数	1000人
L B S T A R	金融機関対民間貸出増減+同保有有価証券増減	時価10億円
L W	雇用者数	1000人
M	輸入と海外への所得	40年価格10億円
M C	商品輸入(FOB)	〃
M C C T I D	その他通関輸入(CIF)	〃
M C M T I D	原燃料輸入(CIF)	〃
O	鉱工業生産指数	40年=100
P	国民総支出デフレータ	〃
P C	個人消費支出デフレーター	〃
P C G	政府財貨サービス経常購入デフレーター	〃
P E C	商品輸出デフレーター	〃

記号	変数名	単位
P E 0	その他輸出デフレーター	"
P H	民間住宅デフレーター	"
P I	民間企業設備投資デフレーター	"
P J P	民間在庫投資デフレーター	"
P P M B A R	公害防除投資額	40年価格10億円
R 1 B A R	法人一般税率（地方分を含む）	%
S C	法人留保	時価10億円
S G	政府貯蓄	"
T C	法人税および税外負担	"
T I	間接税	"
T I B A R	間接税率	%
T P	個人税および税外負担	時価10億円
T P B A R	個人税減税累積額	"
U	完全失業者数	1000人
u	完全失業率	%
V	国民総生産	40年価格10億円
V S T A R	ポテンシャル GNP	"
W	雇用者所得	時価10億円
w	一人当たり雇用者所得	1000円／人
Y	国民所得	時価10億円
Y C	法人所得	"
Y D	個人可処分所得	"
Y R	個人利子、賃貸料所得（除、消費者負債利子）	"
Y U	個人業主所得	"

3-2 モデルの求解およびシミュレーション

前のセクションでのモデルをもとに、はじめに昭和48年度上半期から昭和52年度下半期までの解を、標準的シナリオのもとでの外生変数をあたえる⁵⁾ことによって得ることとした。この与えられた外生変数の値の組をもつ方程式系のモデルを、以後、基準モデルということにする。基準モデルにおける方程式系の求解の方法としては、ガウス・ザイデル法を用いた。⁶⁾ その際、収束の判定条件として、第*i*番目のイタレーションでの内生変数の値が x_i であり、ひとつ前のイタレーションでのその値が x_{i-1} であるとして、すべての内生変数について、 $| (x_i - x_{i-1}) / x_{i-1} | < 0.001$ となったときに繰返し計算をストップするものとした。また、計算のための FORTRAN プログラムを、ハートレーが開発したもの⁷⁾をもとにして作成した。このプログラムの特長は、内生変数を(1) 先決変数のみによって計算されるもの。(2) (1)の内生変数および当期の内生変数の方程式システムにおいて、ガウス・ザイデル法による収束計算により求めるもの。(3) (1)および(2)の内生変数により計算できるもの。という3つのブロックに分類して計算速度を早めることを試みている点にある。

基準モデルについて上記の方法で得た、主たる内生変数の値を Table 3-2-1 に掲げてある。なお、基準モデルでの各期のイタレーション回数は、平均約17回であった。

次のステップとして、基準モデルの外生変数のうち次の6個の政策外生変数、(1) CGBAR：政府の財貨サービス経常購入 (2) IGBAR：政府固定資本形成 (3) TPBAR：個人税減税累積額 (4) R1

5) 経済審議会計量委員会編 [5]，152-153頁。

6) 大型のノンリニアなマクロ経済モデルの解をコンピュータによって求める種々の方法 (Newton 法, Secant 法, Gauss-Seidel 法など) について、それらの効率を比較検討したるものに Gabay et al. [1] がある。

7) Klein and Evans [2].

Table 3-2-1-1 実質国民総支出 (40年価格, 単位10億円)

変 数 名	記 号	48	49	50	51	52
國 民 総 生 産 V		78,058	88,423	98,657	109,931	123,159
個 人 消 費 支 出 C		37,762	42,399	47,036	51,613	56,414
民 間 企 業 設 備 I P		16,554	18,944	21,072	23,821	27,447
民 間 住 宅 投 資 I H		5,577	6,666	7,689	8,754	10,119
民 間 在 庫 投 資 J P		3,531	3,781	3,789	4,072	4,549
輸 出 等 E		10,967	12,816	15,003	17,459	20,289
輸 入 等 M		9,123	10,244	11,391	12,792	14,485
鉱工業生産指数(40年=100) O		297.2	338.9	379.8	428.0	487.5
ポテンシャル国民総生産 V S T A R		90,051	99,936	110,952	123,308	137,348
需給ギャップ率 (%) G A P		12.5	10.7	10.2	9.9	9.4

Table 3-2-1-2 分配国民所得 (時価, 単位10億円)

変 数 名	記号	48	49	50	51	52
國 民 所 得 V		94,670	111,642	130,247	151,688	177,526
雇用者所得 W		53,241	62,591	73,123	84,598	98,073
個人業主所得 Y U		17,740	21,654	25,408	29,647	34,495
個人利子賃貸料 Y R		9,612	11,492	13,463	15,754	18,502
法 人 所 得 Y C		13,258	14,284	15,833	18,469	22,438

Table 3-2-1-3 その他の主要指標

変 数 名 (単 位)	記 号	48	49	50	51	52
個人可処分所得(時価10億円) Y D		76,301	90,458	105,692	122,662	142,546
間 接 税(") T I		8,344	9,819	11,398	13,329	15,451
法 人 税(") T C		4,920	5,553	6,174	7,139	8,619
個 人 税(") T P		6,068	7,327	8,614	9,916	11,406
海外に対する債権の純増(") B F		2,233	2,653	3,133	3,514	3,695
政 府 バ ラ ン ス (") B G		-1,927	-1,621	-1,905	-2,243	-2,332
GNPデフレーター(40年=100) P		148.0	153.4	160.1	167.2	174.5
個人消費支出(") P C		158.6	167.2	177.7	188.8	200.7
民間在庫残高(") P J P		116.6	117.6	120.4	124.0	127.9
一人当たり雇用者所得(1000円) w		1,467	1,685	1,935	2,215	2,541
就 業 者 数 (1000人) L		51,851	52,269	52,692	53,104	53,533
雇 用 者 数 (") L W		36,300	37,130	37,793	38,194	38,591
全国銀行貸付金利(%) I		7.09	7.14	7.17	7.07	6.98
対民間貸出増減(時価10億円) L B S T A R		12,579	13,944	16,806	18,921	21,242
貯蓄性預金増減(") D T D B		9,244	10,671	12,630	14,438	16,433
コ ー ル・レ ー ト(%) I C		5.27	5.47	5.61	5.60	5.65
民 間 資 本 料 収 収 (40年価格10億円)	K P	60,900	67,736	75,303	83,765	93,826
国鉄・電電資本ストック(") K G 1		13,429	14,846	16,393	18,079	19,920
その他生産関連政府資本ストック(") K G 2		22,149	25,321	29,000	33,267	38,212

BAR: 法人一般税率 (5) TIBAR: 間接税率 (6) PPMBAR: 公害防除投資額を取上げ（今後これらの6個の政策外生変数をシミュレーション変数ということとする。）まず、ただひとつのシミュレーション変数のみを、ある期 ($t=1 \sim 9$) だけ変動させた方程式系における解の、基準モデルからの変動を計算した。このとき、それぞれのシミュレーション変数の変動量は次のように定めた。

- | | |
|------------|-------------------------|
| (1) CGBAR | 15, 30, ……, 150 (10億円) |
| (2) IGBAR | 50, 100, ……, 500 (10億円) |
| (3) TPBAR | 20, 40, ……, 200 (10億円) |
| (4) R1BAR | 0.5, 1.0, ……, 5.0 (%) |
| (5) TIBAR | 0.02, 0.04, …, 2.0 (%) |
| (6) PPMBAR | 10, 20, ……, 100 (10億円) |

つまり、全部で540通りの解の基準モデルからの変動を計算し、結果をファイルに書き込んだ。これらの変動を検討した結果、ある期およびシミュレーション変数を固定して、そのシミュレーション変数の変動に応ずる解の変動をみると、多くの内生変数について概ねリニアな関係のあることがわかった（以下の例1参照）。しかし、いくつかの内生変数については必ずしもそうでないことも判明した（以下の例2参照）。このシミュレーション結果は、後にノンリニアな方程式で表わされた内生変数の解の変動を説明する変動量として利用することになる（セクション3-3参照）。

例1 ($t=5$ の場合)

シミュレーション変数	C G B A R	変動値(10億円)	15	75	150
内生変数	W	変動値 (%)	26.98	134.94	269.95
シミュレーション変数	R1B A R	変動値 (%)	0.5	2.5	5.0
内生変数	T C	変動値(10億円)	16.88	84.39	168.78

例2 ($t=5$ の場合)

シミュレーション変数	I G B A R	変動値(10億円)	50	250	500
内生変数	Y	変動値 (%)	107.14	533.22	1060.22
シミュレーション変数	T I B A R	変動値 (%)	0.2	1.0	2.0
内生変数	T I	変動値(10億円)	145.16	722.40	1436.01

更に、今度は、シミュレーション変数のすべてを各期（簡単のため、 $t=1 \sim 5$ とした）にわたりランダムに変動させた。各期におけるシミュレーション変数の変動幅は、(1) CGBAR: 0-150 (2) IGBAR: 0-500 (3) TPBAR: 0-200 (4) R1BAR: 0-5 (5) TIBAR: 0-2 (6) PPMBAR: 0-100 として（単位は、(4), (5)が%で、その他はすべて10億円である）、このようなシミュレーション変数の組を50個つくった。その作り方は、まずコンピュータで一様乱数（0と1の間の数）を6個ずつ発生させそれぞれの乱数に、対応する変動幅を乗じたものである。この50組のシミュレーション変数の変動に対応するシステムの解を、前と同様に計算し、基準モデルの解からの変動量を求めた。

各期におけるシミュレーション変数間のピアソン相関係数および無相関に関する仮説検定の結果を、Table 3-2-2に掲げてある。表では、 $t=2, 4$ の場合を省略してあるが、シミュレーション変数間には特に顕著な相関関係はないといえよう。またTable 3-2-3は、50組のシミュレーション変数の属性を記している。

Table 3-2-2 シミュレーション変数間のピアソン相関係数および無相関に関する仮説検定

		CGBAR	IGBAR	TPBAR	R1BAR	TIBAR	PPMBAR
t	CGBAR	1.00 (0.00)	0.01 (0.93)	0.02 (0.91)	-0.08 (0.56)	-0.04 (0.80)	-0.07 (0.61)
	IGBAR	0.01 (0.93)	1.00 (0.00)	0.10 (0.50)	-0.16 (0.27)	0.09 (0.56)	0.19 (0.20)
	TPBAR	0.02 (0.91)	0.10 (0.50)	1.00 (0.00)	-0.02 (0.89)	-0.04 (0.79)	0.14 (0.34)
	R1BAR	-0.08 (0.56)	-0.16 (0.27)	-0.02 (0.89)	1.00 (0.00)	0.07 (0.65)	0.09 (0.54)
1	TIBAR	-0.04 (0.80)	0.09 (0.56)	-0.04 (0.79)	0.07 (0.65)	1.00 (0.00)	0.01 (0.96)
	PPMBAR	-0.07 (0.61)	0.19 (0.20)	0.14 (0.34)	0.09 (0.54)	0.01 (0.96)	1.00 (0.00)
	CGBAR	1.00 (0.00)	0.24 (0.10)	0.15 (0.28)	0.11 (0.43)	0.11 (0.44)	0.21 (0.15)
	IGBAR	0.24 (0.10)	1.00 (0.00)	0.10 (0.49)	-0.10 (0.47)	-0.15 (0.30)	0.08 (0.60)
2	TPBAR	0.16 (0.28)	0.11 (0.49)	1.00 (0.00)	0.03 (0.84)	0.02 (0.89)	0.14 (0.33)
	R1BAR	0.11 (0.43)	-0.10 (0.47)	0.03 (0.84)	1.00 (0.00)	0.08 (0.60)	0.12 (0.39)
	TIBAR	0.11 (0.44)	-0.15 (0.30)	0.02 (0.89)	0.08 (0.60)	1.00 (0.00)	0.05 (0.73)
	PPMBAR	0.21 (0.15)	0.08 (0.60)	0.14 (0.34)	0.12 (0.39)	0.05 (0.73)	1.00 (0.00)
3	CGBAR	1.00 (0.00)	0.01 (0.95)	-0.11 (0.45)	-0.13 (0.38)	0.30 (0.03)	-0.06 (0.66)
	IGBAR	0.01 (0.95)	1.00 (0.00)	0.01 (0.96)	0.10 (0.47)	-0.04 (0.79)	-0.09 (0.55)
	TPBAR	-0.11 (0.45)	0.01 (0.96)	1.00 (0.00)	0.23 (0.11)	-0.06 (0.69)	0.01 (0.96)
	R1BAR	-0.13 (0.38)	0.10 (0.47)	0.23 (0.11)	1.00 (0.00)	-0.14 (0.34)	0.25 (0.08)
5	TIBAR	0.30 (0.03)	-0.04 (0.79)	-0.06 (0.69)	-0.14 (0.34)	1.00 (0.00)	-0.06 (0.70)
	PPMBAR	-0.06 (0.66)	-0.09 (0.55)	0.01 (0.96)	0.25 (0.08)	-0.06 (0.70)	1.00 (0.00)

注：表中、上段の数値はピアソン相関係数を示し、下段の数値は帰無仮説 $H_0 : RH_0 = 0$ のもとで、 $\text{Prob} > |R|$ となる確率水準を示している。

Table 3-2-3 シミュレーション変数の属性（サンプル数50）

		CGBAR	IGBAR	TPBAR	R1BAR	TIBAR	PPMBAR
平均 値	t = 1	82.4	212.5	96.4	2.75	0.99	54.3
	t = 3	76.2	220.5	104.6	2.70	1.04	48.1
	t = 5	68.0	258.4	108.3	2.95	1.04	54.4
標準偏差	t = 1	42.9	140.4	54.8	1.50	0.52	26.9
	t = 3	46.7	136.5	55.6	1.45	0.54	27.8
	t = 5	41.1	155.7	56.4	1.49	0.55	24.2
最小値と 最大 値	t = 1	7.5	4.4	0.1	0.21	0.09	0.6
		149.4	488.7	199.6	4.96	1.92	97.7
	t = 3	0.3	6.8	2.4	0.15	0.04	0.2
		147.8	477.8	198.7	4.92	1.97	99.2
	t = 5	1.5	10.1	0.7	0.33	0.01	6.6
変動係数 (%)		146.4	490.2	198.1	4.96	1.94	99.0
	t = 1	52.0	66.1	56.9	54.3	52.2	49.5
	t = 3	61.2	61.9	53.1	53.8	52.3	57.9
	t = 5	60.4	60.2	52.1	50.5	52.5	44.5

注：R1BAR および TIBAR の単位はそれぞれ%であり、残りの変数の単位はすべて10億円である。

3-3 シミュレーション変数の変動にともなう解の変動についての（区分）線型化

前のセクションで計算した50組のシミュレーションによるモデルの解をもとにして、シミュレーション変数の変動にともなう基準モデルからの解の変動を定式化することを考える。この場合、考察の対象となるのは、もとの方程式系においてノンリニアな式で表現されている被説明変数（内生変数）の基準モデルからの解の変動である。すなわち、セクション2で考察した方法により、50組のモデルの解をデータと考えて、ある期における、ノンリニアな式で表現されたある被説明変数について、その変数の基準モデルからの解の変動を、(A)他の内生変数の基準モデルからの解の変動 (B) 6個のシミュレーション変数のひとつひとつの変動が被説明変数の解の変動にあたえる影響とによって、リニアな式で表現しようとするのである。われわれの採用した方法を例示によって説明しよう。

例として、個人消費関数をとりあげる。もとの式は次のようなノンリニア型である。

$$C = \alpha + \beta \cdot (YD + AU) / PC + \gamma \cdot C(-1)$$

ここに、 α , β , γ はいずれも定数である。

ある期 t におけるシミュレーション変数の変動、 $\Delta S = (\Delta S_1, \Delta S_2, \dots, \Delta S_6)$ にともなう、基準モデルからの C の変動を $\Delta C(\Delta S)$ としたとき、 $\Delta C(\Delta S)$ を次のリニアな回帰方程式により表現する。

$$\begin{aligned} \Delta C(\Delta S) = & \delta \cdot (\Delta YD(\Delta S) + \Delta AU(\Delta S)) + \epsilon \cdot \Delta PC(\Delta S) + \zeta \cdot \Delta C(-1) \\ & + \eta \cdot \Delta C(\Delta S_1) + \theta \cdot \Delta C(\Delta S_2) + \dots + \omega \cdot \Delta C(\Delta S_6) \end{aligned}$$

ここに δ, \dots, ω は回帰係数を示し、また、 $\Delta YD(\Delta S)$ などは t 期における基準モデルからの YD の変動などを表わしている。さらに、 $\Delta C(\Delta S_i)$ ($i=1, \dots, 6$) は、 t 期において i 番目のシミュレーション変数のみが ΔS_i だけ変動したときに、 C が基準モデルからどれだけ変動するかを示し

ている。この $\Delta C(\Delta S_i)$ の値は次のように計算される。

i 番目のシミュレーション変数については、その変数がもつ変動幅の10分の1刻み毎の変動値に対して、内生変数の基準モデルからの解の変動をすでに計算してある（セクション3-2参照）。そこでいま ΔS_i が、

$$\Delta S_i(k) \leq \Delta S_i \leq \Delta S_i(k+1)$$

であったとする。ただし、 $\Delta S_i(k)$ および $\Delta S_i(k+1)$ は、 i 番目のシミュレーション変数の変動幅を $S_i(L)$ としたときの、 $k \cdot S_i(L)/10$ と $(k+1) \cdot S_i(L)/10$ をそれぞれ示している ($k=0, \dots, 10$)。この変動 $\Delta S_i(k)$ および $\Delta S_i(k+1)$ に対応する C の変動を、それぞれ $\Delta C(\Delta S_i(k))$ および $\Delta C(\Delta S_i(k+1))$ とする。このとき $\Delta C(\Delta S_i)$ は、 $\Delta C(\Delta S_i(k))$ および $\Delta C(\Delta S_i(k+1))$ との線型補間によって、

$$\begin{aligned} \Delta C(\Delta S_i) &= \Delta C(\Delta S_i(k)) \\ &+ (\Delta C(\Delta S_i(k+1)) - \Delta C(\Delta S_i(k))) \cdot (\Delta S_i(k+1) - \Delta S_i(k)) / (\Delta S_i(k+1) - \Delta S_i(k)) \end{aligned}$$

として求めることとした。

それ故、このような線型補間を施すこととは、

$$\begin{aligned} \Delta C(\Delta S) &= \delta \cdot (\Delta YD(\Delta S) + \Delta AU(\Delta S)) + \varepsilon \cdot \Delta PC(\Delta S) + \zeta \cdot \Delta C(-1) \\ &+ \eta \cdot \Delta C(\Delta S_1) + \theta \cdot \Delta C(\Delta S_2) + \dots + \omega \cdot \Delta C(\Delta S_6) \end{aligned}$$

において、例えば $\Delta C(\Delta S_i)$ は変数 ΔS_i に関して、区分的線型な関数となっていることを意味しているのである。

ところで、シミュレーション変数のうちで R1BAR については、その t 期における変動によって系の中で、同期に変動の影響を受ける内生変数の数は非常に少ない (TC, SC, SG および BG の4つである)。むしろ、 $(t+1)$ 期以降にその影響が現われてくるものの方がはるかに多い。それ故、このシミュレーション変数のみは、前期の変動が及ぼす影響をも回帰方程式の説明変数として追加した。

回帰分析の結果は、次のように要約できる。

- (1) すべての期において、適合度は非常に高い。自由度修整済決定係数は、すべて 0.9992-1.000 の間を推移する。また、金額に関する推定誤差の大きさも絶対値で 10 億のオーダーに収まっている。
- (2) 誤差の分布状態もほぼ正規的に分布している。例えば、自由度修整済決定係数の値が 0.9992 である $\Delta PEC(t=5)$ について、正規性の検定を行ったが、シャピロ-ウィルクの W 統計量は、 $W=0.977$ で確率水準 $PROB < W$ が 0.622 となるから、帰無仮説：誤差は正規分布からのランダム標本である。を棄却することはできないという結果を得た。⁸⁾
- (3) 単一のシミュレーション変数の変動があたえる影響を説明変数としたが、被説明変数の変動の説明に大きく寄与するものがかなりあった。しかし、それらの説明変数に関するパラメータの有意性の検定で不安定なものも数多くみられた。以下の例は、いずれも $t=5$ における内生変数の変動に関する推定式における、シミュレーション変数に対応するパラメータの値および t 値を示したものである（内生変数に対応するものは省略）。

ΔC	変 数	CGBAR	IGBAR	TPBAR	TIBAR	PPMBAR	R1BAR(-1)
	パラメータ	0.007022	0.008863	0.008651	0.009493	0.010751	0.065711
t	値	1.886	2.713	2.714	2.829	0.751	1.539

8) 統計パッケージ SAS のプロジェクト UNIVARIATE[M1] による。

$\Delta T I$	変 数 パラメータ t 値	CGBAR	IGBAR	TPBAR	TIBAR	PPMBAR	R1BAR(-1)
		0.07903	-0.097003	-0.105718	1.152335	-0.187238	0.326334
		1.461	-2.620	-1.682	724.8	-1.117	2.002

- (4) $t=1 \sim 5$ と変化するにつれて、一般に基準モデルからの解の変動幅は大きくなる傾向から、推定誤差の大きさは、一般に t の値が大きくなるに従い大きくなる傾向にある。
- (5) $t=1 \sim 5$ と変化するとき、パラメーターの値も僅かずつ変化する。従って、5期にわたる単一の回帰式を用いて予測を行うとしたら、誤差はかなり大きくなるものと思われる。以下の例は、 ΔYC の $t=2 \sim 5$ におけるパラメータの変化を示したものである（いずれも有意水準0.1%で有意なパラメーターのみを対象としてある。ただし、表中*印については必ずしもそうではない）。

	PPMBAR	$\Delta(Y+A)$	ΔA	$\Delta(IP-DP)$	ΔV	ΔO	$\Delta I(-1)$	ΔI
$t=2$	0.7029	0.1788	-1.3210	0.6636	-0.1274*	18.1365	—	-1111.47
$t=3$	0.8068	0.1981	-1.0348	0.8236	-0.1049	6.8184*	-13.8616	-851.14
$t=4$	0.7478	0.1711	-1.0431	0.7635	-0.1103*	14.0644	-14.2758	-1017.05
$t=5$	0.7315	0.1585	-1.0447	0.7431	-0.1050	16.7739	-15.2946	-1069.51

Table 3-3-1 は、33個のノンリニア型の内生被説明変数について、その基準モデルからの解の変動の実測値と、線型回帰分析を行った結果の推定誤差を総括的に示したものである。なお、表中の絶対平均誤差率は次の算式に基き算出されている。

$$\text{絶対平均誤差率} = \sum_{i=1}^{50} (|\text{誤差}/\text{実測値}|)/50$$

絶対平均誤差率は、実測値が小さい（変動が小さい）ときに誤差が相対的に大きくなるものがひとつでもあった場合、かなり大きい値をとることがある。それ故、適合度を判断する場合には、この絶対平均誤差率の値と推定誤差の変動幅とを対にして判断することが望ましい。こうした観点から総括表（Table 3-3-1）を検討すると、次の事実が指摘できよう。

Table 3-3-1 基準モデルの解からの変動の実測値および線型回帰式による推定誤差の総括表

実 測 値	平均 値	$\Delta C \quad \Delta I P \quad \Delta I H \quad \Delta E C \quad \Delta A P \quad \Delta V S T A R$						
		$t = 1$	-3.4	8.3	6.9	0.0	-0.6	24.6
		$t = 3$	17.3	-211.5	24.1	10.0	-68.7	1.1
		$t = 5$	107.7	-482.5	59.5	-13.3	11.3	-182.9
分 散	分 散	$t = 1$	9369	75	950	1	42	752
		$t = 3$	29996	37862	3023	84	1524	12979
		$t = 5$	50103	102124	4735	703	2017	70880
最 小 値 と 最 大 値	最 小 値 と 最 大 値	$t = 1$	-214	-11	-62	-3	-14	-21
			209	26	74	2	14	83
		$t = 3$	-406	-540	-112	-9	-166	-218
			406	177	147	31	4	229
		$t = 5$	-370	-1121	-96	-61	-113	-698
			610	241	219	52	1331	489

		ΔC	$\Delta I P$	$\Delta I H$	$\Delta E C$	$\Delta A P$	$\Delta V S T A R$
平均 値	$t = 1$	-0.002	-0.000	-0.003	-0.000	0.001	0.000
	$t = 3$	0.017	0.037	0.001	0.000	0.001	0.013
	$t = 5$	-0.011	0.045	-0.026	-0.003	-0.004	0.023
誤 差	$t = 1$	-0.1	-0.0	-0.1	-0.0	-0.0	-0.0
		0.1	0.0	0.1	0.0	0.0	0.0
	$t = 3$	-0.6	-1.1	-0.6	-0.0	-0.9	-0.2
		0.7	2.6	1.2	0.1	0.3	0.2
	$t = 5$	-0.6	-2.2	-0.8	-0.1	-1.7	-1.3
		0.7	2.7	1.6	0.5	0.7	0.9
絶 对 平均(%) 誤 差 率	$t = 1$	0.10	0.05	0.21	1.07	0.31	0.04
	$t = 3$	0.62	0.57	0.87	0.27	1.63	0.28
	$t = 5$	0.25	0.31	3.04	1.39	1.21	0.32

		ΔW	$\Delta Y C$	ΔY	$\Delta J P D A S H$	$\Delta T I$	$\Delta T C$	
平 均 値	$t = 1$	218.2	-68.4	-216.4	83.1	-0.6	24.6	
	$t = 3$	257.5	-296.8	-587.4	-114.1	-68.7	1.1	
	$t = 5$	304.4	-511.7	-813.5	-14.2	11.3	-182.9	
実 测 分 散	$t = 1$	31712	7061	265991	7785	76385	1728	
	$t = 3$	68282	64819	673845	15165	109585	8511	
	$t = 5$	112982	119475	1043201	17569	159002	17883	
值 差	最小値と最大値	$t = 1$	-191	-248	-1362	-111	83	-25
			574	93	792	270	1068	148
		$t = 3$	-295	-710	-2317	-383	61	-173
			736	309	1096	151	1238	231
		$t = 5$	-293	-1168	-2863	-306	24	-284
			1172	289	1635	321	1483	380
平 均 值	$t = 1$	0.000	0.003	0.063	-0.006	-0.141	0.018	
	$t = 3$	-0.014	-0.049	0.025	0.008	-0.111	0.100	
	$t = 5$	-0.053	-0.092	0.049	-0.002	0.029	0.242	
誤 差	最小値と最大値	$t = 1$	-0.0	-0.2	-1.2	-0.1	-2.7	-1.2
			0.1	0.2	1.4	0.1	2.1	1.2
		$t = 3$	-2.4	-2.6	-4.3	-1.3	-7.9	-3.2
			2.3	5.1	2.8	0.7	6.6	4.6
		$t = 5$	-3.1	-3.5	-7.3	-2.4	-8.5	-7.9
			2.8	5.1	3.3	0.7	6.8	9.1
絶 对 平均(%) 誤 差 率	$t = 1$	1.45	0.44	0.39	0.08	0.27	1.42	
	$t = 3$	0.45	1.23	0.30	0.51	0.52	15.03	
	$t = 5$	0.70	1.12	0.22	4.70	0.75	5.29	

		$\Delta S G$	$\Delta B G$	$\Delta B F$	Δw (1000円)	$\Delta L W$ (千人)	ΔU (千人)
実 測	平均 値	t = 1	385.6	128.9	-14.4	0.675	277.0
		t = 3	248.6	1.2	29.0	0.295	304.8
		t = 5	80.3	-183.9	58.3	-3.435	465.0
值	分 散	t = 1	60869	60946	411	0.33	50452
		t = 3	84718	100759	2469	4.73	74949
		t = 5	129965	120532	5612	26.95	61130
誤 差	最小値と 最大値	t = 1	-154	-391	-58	-0.7	-239
			820	663	30	1.8	726
		t = 3	-442	-779	-95	-4.0	-336
			846	726	124	5.0	875
		t = 5	-685	-883	-138	-13.9	9
			742	647	192	8.9	1113
							39
実 測	平均 値	t = 1	-0.007	-0.029	0.000	-0.000	-0.000
		t = 3	0.007	-0.030	0.000	0.000	-0.021
		t = 5	-0.011	-0.089	-0.001	-0.053	-0.047
差	最小値と 最大値	t = 1	-0.3	-0.8	-0.0	-0.0	-0.8
			0.2	0.6	0.0	0.0	0.2
		t = 3	-0.3	-1.0	-0.0	-0.0	-2.1
			0.3	1.2	0.0	0.0	1.2
		t = 5	-0.5	-2.4	-0.2	-3.1	-4.1
			0.5	1.8	0.1	2.8	2.9
							0.5
絶 对 平均(%)	誤 差 率	t = 1	0.06	0.28	0.00	0.94	0.31
		t = 3	0.12	0.30	0.07	1.38	0.98
		t = 5	0.33	0.65	0.15	0.70	0.59
							0.98

		$\Delta P(\%)$	$\Delta P C(\%)$	$\Delta P I(\%)$	$\Delta P I G(\%)$	$\Delta P J P(\%)$	$\Delta P H(\%)$
実 測	平均 値	t = 1	-37.7	-9.2	-87.0	-79.7	-0.0
		t = 3	-36.2	-5.0	-122.9	-123.9	-44.5
		t = 5	-42.5	-48.3	-165.8	-200.2	-41.7
差	分 散	t = 1	9.34	9.66	41.50	34.09	0.16
		t = 3	11.28	2.44	40.97	34.86	3.18
		t = 5	12.92	10.13	32.74	34.76	4.44
値	最小値と 最大値	t = 1	-103	-30	-217	-198	-8
			20	11	54	47	9
		t = 3	-115	-43	-251	-265	-85
			35	32	148	-7	-6
		t = 5	-129	-112	-286	-335	-90
			29	18	-67	-63	-1
							-52

		$\Delta P(\%)$	$\Delta P C(\%)$	$\Delta P I(\%)$	$\Delta P I G(\%)$	$\Delta P J P(\%)$	$\Delta P H(\%)$
平均 値	$t = 1$	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
	$t = 3$	0.000	0.000	0.027	0.000	0.599	-0.001
	$t = 5$	0.000	0.000	0.010	-0.000	0.004	-0.004
誤 差	$t = 1$	-0.0 0.0	-0.0 0.0	-0.0 0.0	-0.0 0.0	-0.1 0.0	-0.0 0.0
	最小値と 最大値	$t = 3$ 0.2	-0.1 0.3	-0.5 1.7	-2.7 0.4	-0.3 5.3	-3.8 0.6
		$t = 5$ 0.3	-0.2 0.5	-0.7 2.9	-4.4 0.4	-0.4 1.4	-0.6 0.8
絶 对 平均(%) 誤 差 率	$t = 1$	0.01	0.11	0.05	0.00	0.00	0.00
	$t = 3$	0.20	3.39	2.64	0.22	0.01	0.00
	$t = 5$	0.94	0.63	0.74	0.07	0.00	0.00

		$\Delta P E C(\%)$	$\Delta P D(\%)$	$\Delta P E(\%)$	$\Delta P M(\%)$	$\Delta L B S T A R$	$\Delta I C(\%)$
平 均 値	$t = 1$	-0.0	-78.5	6.9	-1.5	-3.3	0.0
	$t = 3$	-14.6	-112.5	24.1	2.9	97.9	5.4
	$t = 5$	17.0	-157.1	59.5	6.9	56.8	-6.9
実 测 分 散	$t = 1$	0.04	33.6	0.10	0.04	520	0.00
	$t = 3$	1.79	32.3	1.86	0.24	3276	0.99
	$t = 5$	11.28	25.2	8.94	0.66	10243	1.78
值	$t = 1$	-4 4	-196 48	-6 8	-6 3	-52 48	-0 0
	最小値と 最大値	$t = 3$ 13	-46 4	-234 7	-51 12	-27 244	-18 27
		$t = 5$ 78	-65 -57	-266 61	-67 22	-203 286	-36 17
誤 差	平均 値	$t = 1$ 0.000	0.000	0.000	0.000	-0.000	0.000
		$t = 3$ 0.000	0.000	0.000	0.000	-0.004	0.002
		$t = 5$ 0.023	-0.003	-0.000	0.000	-0.033	0.000
誤 差	最小値と 最大値	$t = 1$ 0.0	-0.0 0.0	-0.0 0.0	-0.0 0.0	-0.0 0.0	-0.0 0.0
		$t = 3$ 0.0	-0.0 0.0	-0.0 0.0	-0.1 0.2	-0.2 0.3	-0.1 0.2
		$t = 5$ -1.9	-0.2 0.1	-0.0 0.0	-0.2 0.4	-2.5 1.6	-0.4 0.3
絶 对 平均(%) 誤 差 率	$t = 1$	0.00	0.00	0.02	0.53	0.07	1.08
	$t = 3$	0.02	0.02	0.04	5.67	0.17	1.39
	$t = 5$	18.04	0.03	0.05	2.46	2.79	2.48

		$\Delta I(\%)$	$\Delta I\text{TA}(\%)$	$\Delta \text{GAP}(\%)$
実測	平均値	$t = 1$	0.0	563.7
		$t = 3$	2.8	169.6
		$t = 5$	1.6	-47.4
実測	分散	$t = 1$	0.00	2937
		$t = 3$	0.02	8515
		$t = 5$	0.10	14399
実測値	最小値と最大値	$t = 1$	-0.4	-633
			0.4	1703
		$t = 3$	-0.2	-1673
			6.0	2370
		$t = 5$	-8.7	-2185
			6.2	3192
				180
誤差	平均値	$t = 1$	0.000	0.016
		$t = 3$	-0.000	-0.013
		$t = 5$	-0.000	-0.002
誤差	最小値と最大値	$t = 1$	-0.0	-0.0
			0.0	0.0
		$t = 3$	-0.0	-1.9
			0.0	0.7
		$t = 5$	-0.0	-2.8
			0.1	1.0
				2.1
誤差	絶対平均(%)	$t = 1$	0.00	0.04
		$t = 3$	0.27	0.11
		$t = 5$	2.41	0.12
誤差	誤差率			0.05
				0.82
				1.64

- (a) 実質国民総支出および分配国民所得の該当する各項目での適合度は非常に良い。
- (b) 財政関連の該当する項目では、相対的にみて租税、特に法人税の変動 (ΔTC) についての適合度が若干落ちる。
- (c) 各種デフレーター、金融関連および各種の率における適合度も非常に良い。ただ、民間設備投資デフレーター (ΔPI) が若干精度が落ちる。

3-4 シミュレーション変数の変動にともなう系全体の解の変動についての定式化および実験による系全体の適合度の検証

セクション3-3の線型回帰式を用いることにより、われわれはシミュレーション変数の変動にともなう、基準モデルからの解の変動を各期毎にすべてリニアな方程式系で示したことになる。(このリニアな方程式系を、今後、線型変動方程式系ということとする。) 何故なら、もとの方程式系で、ある被説明変数が内生変数のリニアな関数であるときには、その被説明変数の基準モデルからの変動を、説明内生変数の基準モデルからの変動の一次結合で exact に表現できるからである。例を民間在庫投資関数 JP にとってみよう。もとの式は(定数項を無視して),

$$\text{JP} = \alpha \cdot V + \beta \cdot K \text{JP}(-1) + \gamma \cdot (I(-1) - I(-2))$$

である。従って、

$$\Delta(JP) = \alpha \cdot \Delta(V) + \beta \cdot \Delta(KJP(-1)) + \gamma \cdot (\Delta(I(-1)) - \Delta(I(-2)))$$

が exact に成立する。ここに、 $\Delta(*)$ は内生変数* の基準モデルからの解の変動量を表わしている。

ところで、上記の線型変動方程式系が系全体として、シミュレーション変数の変動にともなう、基準モデルからの解の変動を各期毎にどの程度うまく説明しているかを検証する必要がある。そこで今回は、次のような実験を行って適合度をチェックしてみた。

- (1) 新たに20組のシミュレーション変数を各期毎にランダムに発生させる。今回の実験で使用したシミュレーション変数の属性を、Table 3-4-1 で掲げた。僅かに一つの例を除けば、すべてのシミュレーション変数の変動幅が、先の場合（サンプル数50組）のそれに含まれていることがわかる。
- (2) もとの方程式系においてノンリニアなタイプで表現されたもの（タイプ1 の内生変数という）は、セクション 3-3 の方法により線型回帰式が決定されるが、その変数の予測値の計算には、説明変数の値として、それらの実測値を用いて行う。
- (3) もとの方程式系で、リニアな関数で specify されている内生変数について、基準モデルからの変動の予測を行う場合、次の点に留意する。
 - (a) その説明変数が、タイプ1 の変数のみから構成されている場合（タイプ2 の内生変数という）には、この被説明変数の変動の計算をする際、計算順序を優先して行う。そのとき、説明変数の値は上記(2)に基く予測値を用いる。
 - (b) その説明変数が、上記のタイプ1 およびタイプ2 から構成されている場合、それらの説明変数の値を、それぞれ上記(2)および(3)(a)に基く予測値を用いて、その変動量を算出する。
 - (c) いずれのケースにおいても使用するパラメーターは、もとの方程式系におけるそれらと同一のものを用いる。

Table 3-4-1 シミュレーション変数の属性（サンプル数20）

		CGBAR	IGBAR	TPBAR	R1BAR	TIBAR	PPMBAR
平均 値	t = 1	84.5	243.4	117.4	2.12	0.94	46.6
	t = 3	82.3	286.0	84.9	2.56	1.00	43.7
	t = 5	82.3	261.9	116.9	3.11	0.90	56.6
標準偏差	t = 1	46.4	155.5	59.8	1.19	0.62	36.6
	t = 3	49.3	159.8	58.6	1.66	0.55	31.4
	t = 5	46.2	156.2	46.6	1.35	0.60	29.5
最小値と 最大 値	t = 1	2.1	25.6	3.8	0.72	0.06	0.9
		146.2	498.0	195.6	4.75	1.85	98.8
	t = 3	10.6	3.4	6.3	0.25	0.15	1.6
		149.9	493.1	178.2	4.95	1.91	92.5
	t = 5	1.8	4.3	3.9	0.37	0.14	10.5
		149.6	499.4	186.3	4.75	1.93	97.8
変動係数 (%)	t = 1	55.0	63.9	50.9	55.9	65.7	78.4
	t = 3	59.9	55.9	69.0	65.0	55.2	71.8
	t = 5	56.1	59.6	39.9	43.4	66.1	52.1

注：R1BAR および TIBAR の単位はそれぞれ%であり、残りの変数の単位はすべて10億円である。

われわれのモデルによれば、リニアなタイプで表現されている被説明変数（総計27個）のうち殆んどすべて（計25個）のものが、上記(3)(a)または(b)のカテゴリーに入ることになる。

Table 3-4-2 から Table 3-4-5 までに、今回の実験による主要な内生変数について、その変動の実測値および予測誤差とを総括的に示した。表中、*付の変数は、それがもとの方程式系でノンリニアな関数で表現されているものを示している。今回の実験は、線型変動方程式系の適合度のチェックをその第一目的としているが、付隨的に線型回帰式の適合性もチェックすることにもなるのである。すなわち、推定パラメーターの中には不安定なものも数多くあったのであり（セクション3-3 参照）、この事実が新しい実験で得られた別の母集団に対してどのような影響を及ぼすのかを知ることができる。

総括表から次の事柄が読みとれよう。

- (1) 実質国民総支出の主要項目 (Table 3-4-2) についての適合度は非常に良い。特にこのことは、いわゆる各項目の積み上げ計算によって得られる ΔV での推定結果に明瞭に現われている。
- (2) 分配国民所得の主要項目 (Table 3-4-3) では、積み上げ計算による個人業主所得 (ΔYU)

Table 3-4-2 実質国民総支出主要項目 (40年価格, 10億円)

		ΔC^*	$\Delta I P^*$	$\Delta J P$	ΔE	ΔM	ΔV
実 測	平均 値	t = 1 24.6	11.1	93.8	-0.5	21.3	404.8
	分 散	t = 3 79.6	-130.2	33.5	12.2	-2.5	365.2
		t = 5 197.2	-352.0	5.7	1.2	-31.2	252.9
値	分 散	t = 1 13890	109	6840	2	591	127133
		t = 3 24407	29482	7107	115	1515	193981
		t = 5 49038	72756	12002	459	4415	428392
誤 差	最 小 値 と 最 大 値	t = 1 -193 205	-8 26	-58 207	-3 3	-26 56	-251 895
		t = 3 -157 383	-456 207	-108 183	-10 30	-76 92	-359 1259
		t = 5 -159 593	-709 337	-159 197	-38 47	-125 124	-721 1576
誤 差	平 均 値	t = 1 -0.007	-0.000	-1.113	-0.000	-0.164	0.056
		t = 3 0.048	0.046	0.040	0.005	0.160	0.012
		t = 5 -0.185	-0.631	-0.003	-0.027	-0.047	-0.862
誤 差	最 小 値 と 最 大 値	t = 1 -0.1 0.1	-0.0 0.0	-0.1 0.1	-0.0 0.0	-0.2 -0.1	-0.1 0.2
		t = 3 -0.5 0.5	-1.7 2.4	-0.1 0.1	-0.0 0.1	-0.2 0.3	-1.8 2.9
		t = 5 -1.1 0.3	-3.0 2.7	-0.1 0.1	-0.1 0.3	-0.4 0.1	-2.8 2.3
誤 差	絶 对 平均(%)	t = 1 0.42	0.02	0.15	0.45	0.90	0.02
		t = 3 7.71	0.42	0.28	0.13	4.11	0.41
	誤 差 率	t = 5 0.12	0.53	0.04	4.01	0.17	0.35

Table 3-4-3 分配国民所得主要項目 (時価, 10億円)

			ΔW^*	ΔY_U	ΔY_R	ΔY_C^*	ΔY_D	ΔY^*
実 測 値	平均 値	$t = 1$	269.1	-305.3	-8.8	-41.0	76.8	-86.1
		$t = 3$	378.4	-417.0	-34.4	-182.4	239.8	-255.5
		$t = 5$	463.5	-399.2	-39.0	-376.4	546.2	-351.1
	分 散	$t = 1$	44801	90908	4731	12484	234446	416487
		$t = 3$	62190	107275	6276	42290	317477	573060
		$t = 5$	140298	178599	13708	99362	640658	1260621
	最小値と 最大値	$t = 1$	-108	-813	-142	-265	-812	-1329
			564	166	98	107	815	919
		$t = 3$	-60	-961	-155	-491	-709	-1416
	誤 差		819	158	111	360	1217	1167
		$t = 5$	-260	-1155	-218	-807	-978	-2125
			1062	293	205	376	2093	1935
	平均 値	$t = 1$	0.002	-0.084	0.037	0.007	-0.133	-0.038
		$t = 3$	-0.320	0.391	0.179	-0.521	-0.053	-0.271
		$t = 5$	-0.151	1.297	0.092	-0.200	1.387	1.340
	最小値と 最大値	$t = 1$	-0.1	-1.3	-0.1	-0.1	-1.4	-1.4
			0.1	1.1	0.2	0.1	1.0	1.4
		$t = 3$	-3.8	-7.2	-0.4	-4.2	-6.5	-3.9
	絶 对 平均(%)		1.4	8.8	0.5	3.4	4.4	2.1
		$t = 5$	-3.8	-6.5	-0.4	-4.2	-2.7	-4.0
			4.2	7.3	0.7	3.8	4.7	5.8
	誤 差 率	$t = 1$	0.02	0.89	1.87	0.17	0.48	1.34
		$t = 3$	0.45	1.15	1.41	0.94	0.38	0.30
		$t = 5$	3.24	1.69	0.67	0.68	0.30	0.50

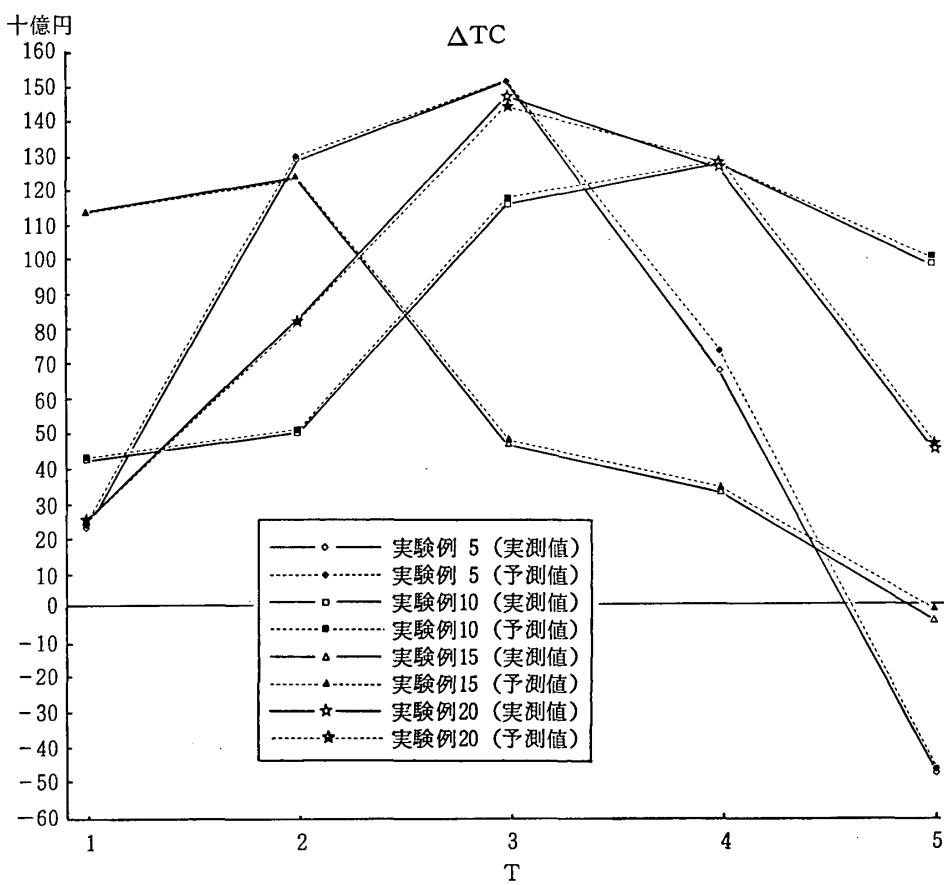
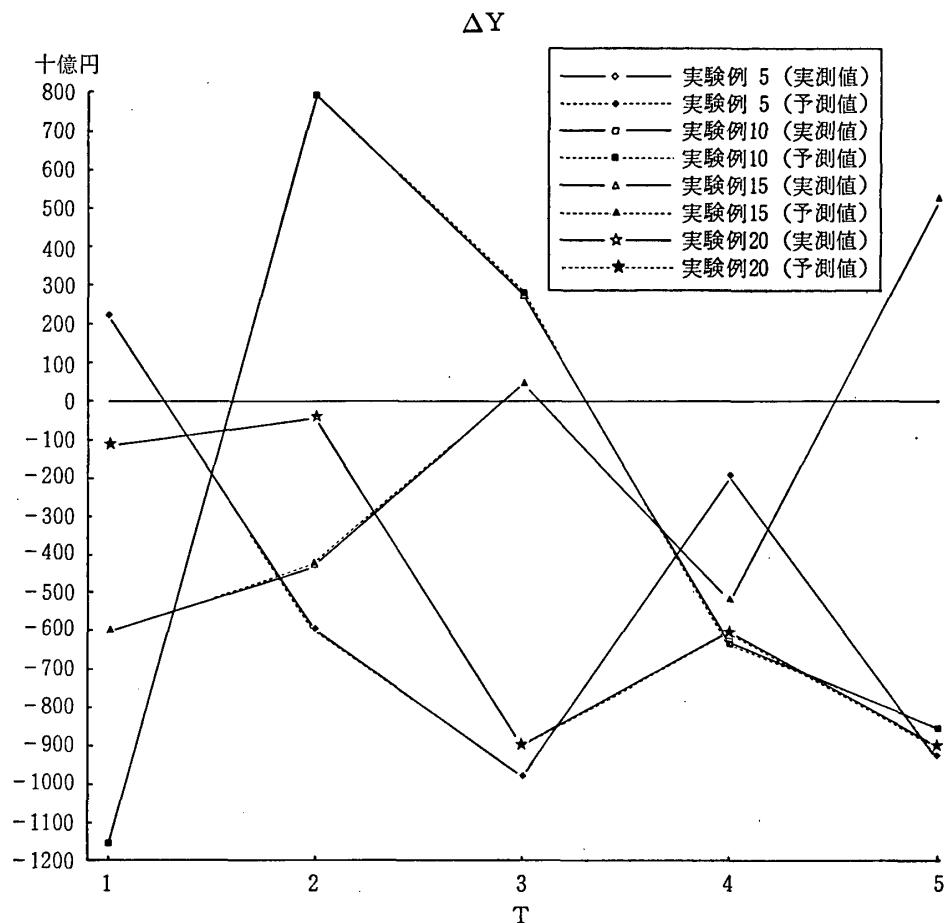
Table 3-4-4 その他の主要指標——財政関連 (時価, 10億円)

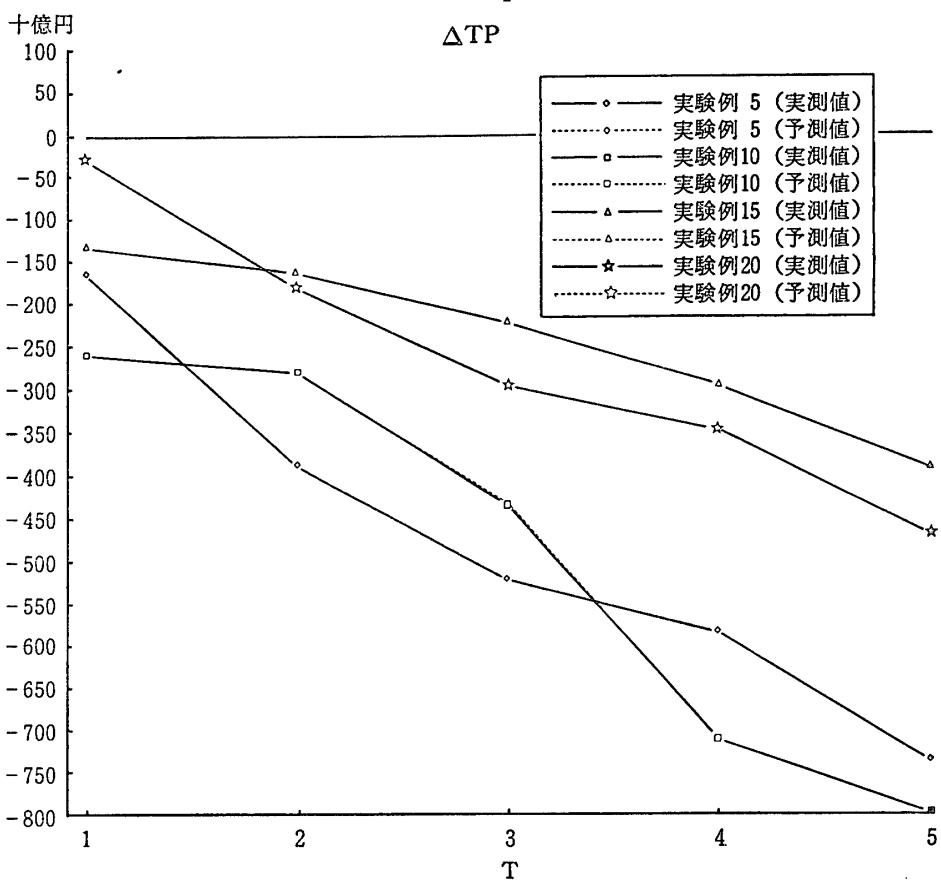
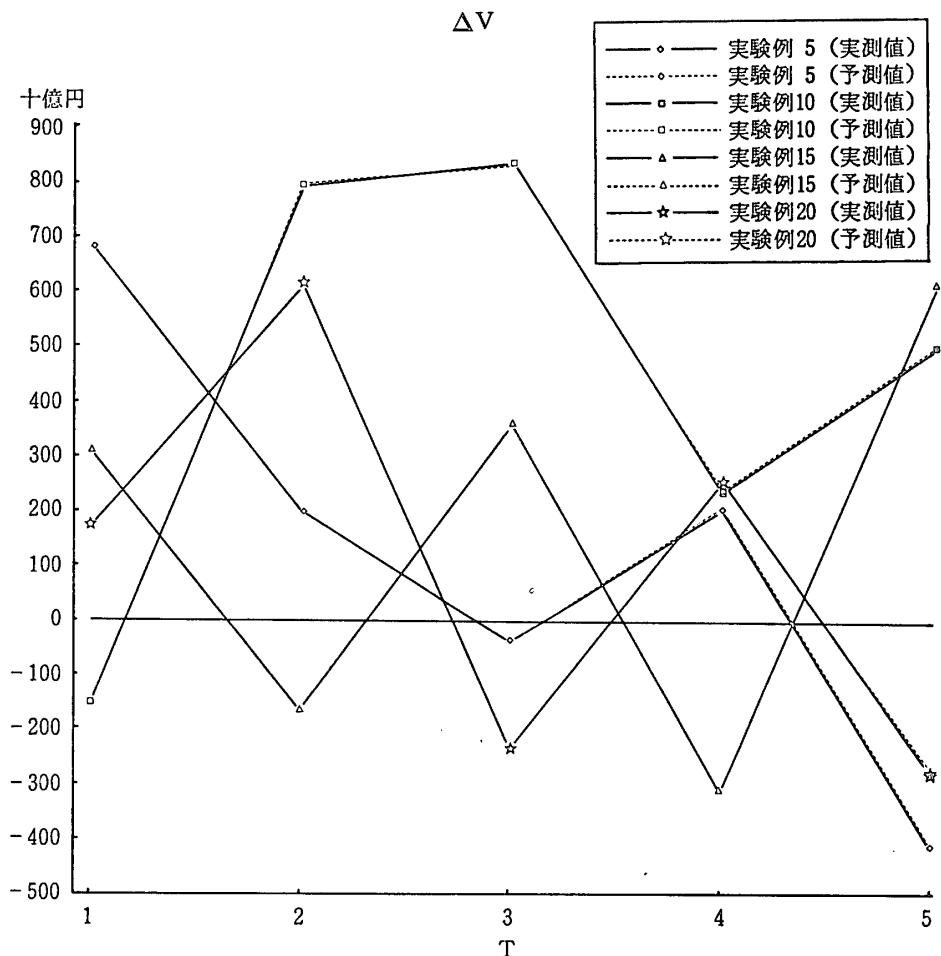
			$\Delta T I^*$	$\Delta T C^*$	$\Delta T P$	$\Delta B G^*$	$\Delta B F^*$
実 測 値	平均 値	$t = 1$	552.0	50.6	-122.5	53.7	-21.7
		$t = 3$	666.3	82.4	-319.0	-38.6	2.5
		$t = 5$	693.5	29.3	-537.9	-235.7	30.6
	分 散	$t = 1$	107890	1450	7044	85602	623
		$t = 3$	115485	4311	10484	104621	1614
		$t = 5$	181472	11489	15826	112598	4965
	最小値と 最大値	$t = 1$	96	-10	-259	-439	-58
			989	114	14	543	27
		$t = 3$	171	-96	-522	-664	-96
			1205	208	-133	560	77
		$t = 5$	231	-216	-799	-808	-131
			1529	231	-304	566	134

		$\Delta T I^*$	$\Delta T C^*$	$\Delta T P$	$\Delta B G^*$	$\Delta B F^*$
平均 値	$t = 1$	-0.466	-0.147	0.082	0.010	0.000
	$t = 3$	0.105	-0.161	0.288	-0.119	-0.003
	$t = 5$	-1.078	-0.396	0.146	-0.009	0.018
誤 差	$t = 1$	-2.3	-1.7	-0.1	-0.6	-0.0
		2.2	1.1	0.2	0.9	0.0
	$t = 3$	-5.7	-7.4	-0.8	-2.1	-0.1
	$t = 5$	6.1	3.1	0.9	2.0	0.0
	$t = 1$	-19.8	-5.5	-0.5	-1.8	-0.1
		12.9	4.9	0.7	2.6	0.1
絶 对 平均(%) 誤 差 率	$t = 1$	0.39	2.88	0.21	0.39	0.00
	$t = 3$	0.44	3.78	0.16	0.35	7.23
	$t = 5$	1.24	6.12	0.06	0.89	0.15

Table 3-4-5 その他の主要指標 (2)

		$\Delta w^*(\text{千円})$	$\Delta L(\text{千人})$	$\Delta L W^*(\text{千人})$	$\Delta P^*(\%)$	$\Delta P C^*(\%)$	$\Delta P J P^*(\%)$
実 测	平均 値	$t = 1$ 0.843	29.2	341.0	-46.5	-12.4	1.6
		$t = 3$ 1.423	21.6	402.2	-53.9	-6.1	-44.9
		$t = 5$ -0.536	20.3	516.4	-46.5	-31.7	-53.6
分 散	$t = 1$	0.48	608	71129	12.63	1.38	0.27
	$t = 3$	5.73	545	72131	12.38	3.49	3.35
	$t = 5$	27.01	712	58107	10.67	7.53	3.13
值	$t = 1$	-0.4 1.8	-16 63	-133 715	-105 13	-29 10	-9 9
	$t = 3$	-2.9 5.0	-17 63	-35 929	-113 7	-60 18	-79 -8
	$t = 5$	-9.6 10.5	-26 67	18 935	-94 6	-71 16	-85 -20
誤 差	平均 值	$t = 1$ 0.000	-0.009	-0.091	-0.000	-0.000	0.002
		$t = 3$ 0.008	-0.022	0.045	-0.018	-0.000	0.530
		$t = 5$ 0.012	0.022	-0.421	0.035	0.078	-0.164
差	$t = 1$	-0.1 0.1	-0.1 0.0	-0.5 0.2	-0.0 0.0	-0.0 0.0	-0.1 0.0
	$t = 3$	-0.0 0.0	-0.2 0.2	-2.1 1.7	-0.3 0.2	-0.8 0.3	-3.4 3.5
	$t = 5$	-0.0 0.0	-0.7 0.5	-3.6 1.6	-0.3 0.4	-0.8 0.5	-0.7 0.7
絶 对 平均(%) 誤 差 率	$t = 1$	0.15	0.08	0.08	0.03	0.05	0.00
	$t = 3$	1.53	1.93	0.30	0.47	3.38	0.02
	$t = 5$	0.94	0.80	0.64	0.74	0.89	0.00





を除いて、適合度は非常に良い。 ΔYU は、 ΔW や ΔYC などから構成されているが、それらの構成項目の誤差の出方には、ある規則性のあることが予想される。とはいえ ΔYU についての絶対額はすべて10億のオーダーに抑えられており、実用上はこの程度で十分であろう。

- (3) 財政関連の主要項目 (Table 3-4-4) では、間接税 (ΔTI) および法人税 (ΔYC) の適合度が若干落ちる。これらの推定には、別のアプローチが必要であろう。なお、リニア形で表現されている個人税 (ΔTP) での適合度は大変良いことがわかる。
- (4) 雇用関連および各種デフレーターの主要指標 (Table 3-4-5) では、殆んどがノンリニア・タイプの変数についての表式であり、推定結果は前の小節でこれらについて得たものとほぼ同一のことがいえる。 $\Delta(L)$ は、リニア・タイプであるが、その適合度も良い。

総じていうなら、われわれの線型変動方程式系はシミュレーション変数の変動とともに内生変数の変動をかなり正確に記述するものであることが、この追加的な実験によって実証されたといえよう。前掲の図は、ノンリニアおよびリニア・タイプの変数それぞれから特に ΔY , ΔTC ならびに ΔV , ΔTP を選び、それらの $t=1 \sim 5$ にわたる変動の実測値およびその予測値について、20組の実験例の中から特に選んだ4つの場合を図示したものである。シミュレーション変数の変動とともにさまざまな変動パターンが、予測式によって正確にフォローされているのを視覚的にとらえることができる。

4 結 び

これまでの議論によって、われわれの線型変動方程式系はシミュレーション変数の変動とともに内生変数の変動をかなり正確に記述するものであることがわかった。このような結果を生む要因の一つとして、内生変数の変動を説明する説明変数に、それぞれの政策外生変数だけが当期に変動したときに、この内生変数が当期に受ける変動量を選んだことがあげられよう。とはいえ、今後に残されたいいくつかの問題点がある。すなわち、

- (1) 系をダイナミックに変動させたときの系全体としての適合度をチェックする必要がある。
その意味は、先決変数および系の内生変数をすべて予測値として取扱い再計算を行うということである。この場合、系が(区分)線型で表現されているためいわゆる誘導形の導入には、若干の工夫が必要であると思われる。
 - (2) 上記(1)のチェックに際しては、特に、間接税の変動 (ΔTI) および法人税の変動 (ΔTC) について再推定が必要と思われる。また、もとの方程式系においてリニアな関数で表わされている内生変数の変動については、それらの中の一部のものに関して、誤差の累積を断つ何らかの工夫をこらす必要があると思われる。
- などの点である。

参 考 文 献

- [1] Gabay, D. et al., "Numerical Methods for Simulation and Optimal Control of Large-scale Macroeconomic Models", in A. Bensoussan et al. (ed.), *Applied Stochastic Control in Econometrics and Management Science*, North-Holland, 1980, pp. 115-158.
- [2] Klein, L. R. and M. K. Evans, *Econometric Gaming*, Macmillan, 1969.
- [3] Preston A. J. and A. R. Pagan, *The Theory of Economic Policy: Statics and Dynamics*, Cambridge Univ. Pr., 1982.
- [4] 山本紀徳, 「経済計画モデルのシミュレーション分析と予測」桃山学院大学『経済経営論集』25(2-3), 1983, 227-266頁。

- [5] 経済審議会計量委員会編『計量委員会第4次報告』大蔵省印刷局, 1973。
- [M1] *SAS USER'S GUIDE: Basic 1982 Edition*, SAS Institute Inc., 1982.
- [M2] *SAS USER'S GUIDE: Statistics 1982 Edition*, SAS Institute Inc., 1982.
- [M3] 『ANALYST / GRAPHICS コマンド説明書（統計データ処理パッケージ／統計グラフサ
ブシステム）』99SP-7450-1, (株)富士通, 1984。