〔共同研究：南大阪再生と地域社会における大学の役割〕

最適成長モデルにおける再生可能資源の持続可能性条件（2：完）

中　村　勝　之

目　次

1. は　じ　め　に
2. モデルの設定
3. 第１基本モデル
4. 第１基本モデルの均衡
5. 第１基本モデルの拡張　～外生的技術進歩の導入～　（以上前号）
6. 第２基本モデル　（以下本号）
　6.1. 生産要素市場均衡
　6.2. 最終財市場均衡
　6.3. 自然均衡
7. 第２基本モデルの拡張（その１）　～漁業モデル的生産技術の導入～
　7.1. 最終財市場均衡
　7.2. 自然均衡
8. 第２基本モデルの拡張（その２）　～アメニティの存在～
　8.1. 最終財市場均衡
　8.2. 自然均衡
9. まとめにかえて
数学付録　３元連立微分方程式体系の局所安定性
　A．第２拡張モデルⅠ
　B．第２拡張モデルⅡ
参考文献

6. 第２基本モデル

前節冒頭で予測したとおり，経済の持続的成長が実現するとき自然資本は最終的に枯渇する。そこで本節ではもう１つの基本モデルとして，Romer〔1986〕タイプの外部性が第２部門に存在するとき，第１基本モデルの結論がどのように修正されるのかを検討していきたい。その主眼は，第１拡張モデルと異なる形で経済の持続的成長を描き出すことにある。なおここでは最も単純なケースとして，（２）式において $Z_t=K_t$ と仮定する。

キーワード：再生可能資源，最適成長モデル，横断条件，持続的成長，漁業モデル，アメニティ

6.1．生産要素市場均衡

外部性が存在してもそれを所与として代表的生産者は利潤最大化行動をするので，その最適条件は変わらない。他方生産要素市場均衡は前節と同じ記号を用いれば，

$$p_t\alpha_1\Gamma_1(h_t^K K_t)^{\alpha_1-1}(h_t^N N)^{1-\alpha_1}=\alpha_2\Gamma_2(1-h_t^K)^{\alpha_2-1}(1-h_t^N)^{1-\alpha_2}N^{1-\alpha_2}, \tag{14a}$$

$$p_t(1-\alpha_1)\Gamma_1(h_t^K K_t)^{\alpha_1}(h_t^N N)^{-\alpha_1}=(1-\alpha_2)\Gamma_2(1-h_t^K)^{\alpha_2}(1-h_t^N)^{-\alpha_2}K_t N^{-\alpha_2}, \tag{14b}$$

と修正される。だが前節と同様の方法で(14)式から p_t を消去すると(10)式が得られ，結局第２基本モデルの生産要素市場均衡は，第１基本モデルと同じ状況が成立することが分かる。

6.2．最終財市場均衡

生産要素市場均衡では物的資本と労働が時間を通じて一定の比率で配分される。これを踏まえると，第２基本モデルにおける最終財市場均衡は(12)式および，

$$\frac{\dot{k}_t}{k_t}=f[N]-\phi x_t, \tag{15a}$$

$$\frac{\dot{\varepsilon}_t}{\varepsilon_t}=\frac{1}{\tilde{\theta}}\left(\frac{\alpha_2}{1-h_K}f[N]-\rho+\alpha_1(1-\phi)(1-\theta)\frac{\dot{k}_t}{k_t}\right), \tag{15b}$$

で記述される[1)]。ただし $x_t\equiv\varepsilon_t/k_t$ である。だがこのままでは図１のように（k_t, ε_t）平面を使って移行経路の様子を描くことはできない。そこで(15)式から x_t の変化率を計算する。

$$\frac{\dot{x}_t}{x_t}=\frac{1}{\hat{\theta}}[\phi\hat{\theta}x_t+(A_1-\tilde{\theta})f[N]-\rho]. \tag{16}$$

そして(15)式を図示したものが図５であり[2)]，ここから次のことが分かる。(16)式と横軸の交点 E より左側に x_0 を決めると $\dot{x}_t/x_t<0$ が持続的に成り立つから，原点に到達するまで x_t は減少していく。逆に E 点より右側に x_0 を決定すると $\dot{x}_t/x_t>0$ が必ず成立し，持続的に x_t は増大していく。いずれにしてもこれらの経路は横断条件を満足しない。したがって初期条件 k_0 のもとで，

$$\varepsilon_0=\frac{\rho-(A_1-\tilde{\theta})f[N]}{\phi\hat{\theta}}\cdot k_0, \tag{17}$$

を満たすように支出額の初期値を決定すればよく，初期時点で定常状態が成立することになる。そしてそれ以降における（k_t, ε_t）の成長率（以下経済成長率）を γ とすると，(15b)式より，

$$\gamma=\frac{1}{\hat{\theta}}(\bar{r}-\rho), \tag{18}$$

で与えられる[3)]。

1）ここで $f[N]\equiv\Gamma_2(1-h_K)^{\alpha_2}(1-h_N)^{1-\alpha_2}N^{1-\alpha_2}$ であり，経済成長における「規模効果」を表している。

2）ただし，これが図に示した形状であるためには時間選好率が，

$$(A_1-\tilde{\theta})f[N]<\rho<\frac{\alpha_2}{1-h_K}f[N],$$

の範囲になければならない。

3）ここで $\bar{r}\equiv\alpha_1 f[N]/(1-h_K)$ は一定の資本の収益率を表している。そして先の脚注に示した時間選

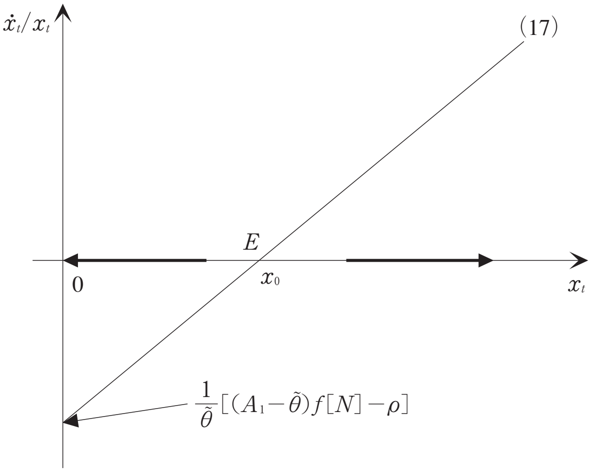


図５　第２基本モデルにおける最終財市場均衡

ここで第１財価格の動きに注目する。これは(12)式および(18)式を用いて，

$$\frac{\dot{p}_t}{p_t}=(1-\alpha_1)\gamma, \tag{19}$$

と計算でき，持続的に第１財価格が上昇することが分かる。第１財価格が持続的に変化することは，(14a)式左辺より第１部門における資本の収益率が一般的に変化することを表している。だが各生産要素の投入割合が(10)式で決定される限り，(14a)式右辺から資本の収益率は時間を通じて一定，すなわち左辺も時間を通じて一定でなければならない。そこで(14a)式左辺の変化率を計算し，そこに(18)式および(19)式を代入すると，

$$\frac{\dot{p}_t}{p_t}-(1-\alpha_1)\frac{\dot{k}_t}{k_t}=(1-\alpha_1)\gamma-(1-\alpha_1)\gamma=0,$$

となり，(13a)式左辺も時間を通じて一定の値をとる。つまり最終財市場均衡で決定される第１財価格の変化は，生産要素市場均衡を満たすように動くことが分かる[4)]。

6.3.　自然均衡

第２部門の外部性を認めると，Romer〔1986〕のように初期時点から主要な変数（物的資本と支出額）が(18)式の率で持続的に成長していく。このもとで自然資本は枯渇することなく持続できるのだろうか？

これを調べるために，(６)式を成長率の形で書き換える。

$$\frac{\dot{S}_t}{S_t}=\sigma\left(1-\frac{S_t}{\Sigma}\right)-\frac{B_t}{S_t}. \tag{20a}$$

ここで B_t/S_t は t 期に存在する自然資本に対してどの程度原料が採取されたのかを表してい

好率に関するパラメータ条件から，$\bar{r}>\rho$ を必ず満たす。

4）もちろん，(14b)式を使っても同様のことを証明することができる。

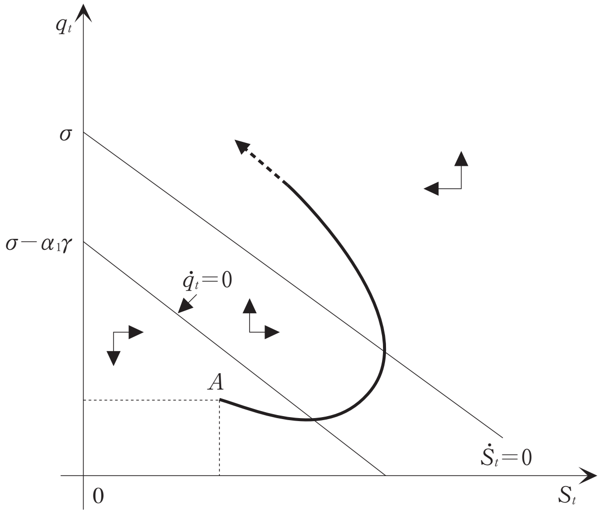


図6　第2基本モデルにおける自然均衡

る。ここではこれを「採取率」とよび，q_t という記号を与えておく。そこで(1)，(18)および(20a)式を考慮して，採取率の成長率を計算する。

$$\frac{\dot{q}_t}{q_t}=q_t+\alpha_1\gamma-\sigma\left(1-\frac{S_t}{\Sigma}\right). \tag{20b}$$

これらによって第2基本モデルの自然均衡が記述される。

自然資本および採取率の運動方向の性質は，

$$\dot{S}_t \gtreqless 0 \iff q_t \lesseqgtr \sigma\left(1-\frac{S_t}{\Sigma}\right),\ \text{（複号同順）} \tag{21a}$$

$$\dot{q}_t \gtreqless 0 \iff q_t \gtreqless \sigma\left(1-\frac{S_t}{\Sigma}\right)-\alpha_1\gamma,\ \text{（複号同順）} \tag{21b}$$

で示される。そして(21)式から得られる位相線は図6で描かれている[5)]。これをみれば分かる通り，2つの位相線は平行であり，2つの位相線で仕切られた3つの領域では(21)式にもとづいて運動方向が確定する。

初期時点の自然資本と採取率の組合せが図の A 点であるとする。ここを起点として移行経路をたどっていくと，移行当初は自然資本の再生率が経済成長率を上回るため，南東方向に進んでいく。だが自然資本再生率と経済成長率の大小関係は持続できず，早晩成長率が再生率を上回る状況が出現する。これは採取率が増加に転じることを意味し，これが自然資本を低下させるほどに進行すれば，最終的に移行経路は北西方向に変えて進んでいく。この状態になると自然資本は減少しながら採取率は上昇するから，究極的に移行経路は縦軸に漸近していく。そこまで行くと残った自然資本を採取し尽くすであろうから，最終的にそれが枯

5）この図では $\sigma>\alpha_1\gamma$ のケースを描いているが，不等号を逆向きに成立しても結論は同じである。

渇してしまうことを意味する。この結論を次の命題にまとめておく。

Proposition. 3　*第2部門の外部性によって経済の持続的成長が実現するとき，自然資本は最終的に枯渇する。*

第1拡張モデルとの比較をすれば，資本の収益率が時間を通じて一定であったり，初期時点から定常状態が成立するといったRomerモデルの基本的帰結が第2基本モデルでも踏襲される。だがProposition. 2および3を踏まえると，源泉は何であれ経済の持続的成長が実現すれば（第1基本モデルにおける）$\bar{k}$ を超える物的資本蓄積が実現することを通じて，自然資本の枯渇が純粋市場経済の必然として導出されるということである[6]。

7．第2基本モデルの拡張（その1）　～漁業モデル的生産技術の導入～

繰り返しになるが，経済の持続的成長が実現するとき自然資本は最終的に枯渇する。仮にこのもとで自然資本が（偶然にせよ）持続可能であるならば，純粋市場経済のもとで自然資本採取に歯止めがかかるような状況が存在しなければならない。その可能性を検討するべく，本節では第1部門の生産技術が自然資本に依存するケース（以下「第2拡張モデルⅠ」）について分析する。具体的には，(1)式にある生産性パラメータを $\Gamma_1=\Gamma S_t^{\beta}$ に修正する（ここで $\beta\geq 0$ はパラメータである）。この修正は，第1部門において「漁業モデル」的な生産技術が成立しているケースであることを意味する。ただしそれ以外については，第2基本モデルの諸仮定を踏襲する。

なおこうした生産関数の修正を行っても，自然資本は主体にとって所与である。そのため，各部門に属する代表的企業および消費者の行動は変わらず，第2基本モデルの手法を使えば生産要素市場均衡についても修正されない。

7.1．最終財市場均衡

第1部門の均衡条件から，第1財価格は(12)式から，

$$p_t=\frac{(1-\phi)\varepsilon_t}{\tilde{\Gamma}S_t^{\beta}k_t^{\alpha_1}}, \tag{22}$$

に修正される[7]。ここから第1財価格の変化率を計算し，それと(9a)式を使うと，第2拡張モデルⅠにおける最終財市場均衡は(15a)，(21)式および，

6）一般にRomer流の外部性を市場経済のままに放置すると物的資本が過小に投入され，より高い経済成長が実現できない。そのため政府はこの外部性を内部化するような政策を行うことが望ましいと指摘される。ところがこの命題を踏まえると，政府のこうした政策が却って自然資本の減少を促進してしまい，より早い時期において自然均衡として望ましくない状態をもたらしかねない。他方で自然資本の持続可能性を重視してHartwickルールを追求するならば，経済成長を停止させなければならない。これがいわゆる「成長と環境」のトレード・オフの問題である。

7）ここで $\tilde{\Gamma}\equiv\Gamma(h_K)^{\alpha_1}(h_N)^{1-\alpha_1}$ である。

$$\frac{\dot{\varepsilon}_t}{\varepsilon_t}=\frac{1}{\tilde{\theta}}\left(\frac{\alpha_2}{1-h_K}f[N]-\rho+(1-\phi)(1-\theta)\left(\alpha_1\frac{\dot{k}_t}{k_t}+\beta\frac{\dot{S}_t}{S_t}\right)\right), \tag{23}$$

で記述される。そして前節と同じ要領で x_t の変化率を計算すると，(16)式から，

$$\frac{\dot{x}_t}{x_t}=\frac{1}{\tilde{\theta}}\left[\phi\hat{\theta}x_t+(A_1-\tilde{\theta})f[N]-\rho+\beta(1-\phi)(1-\theta)\frac{\dot{S}_t}{S_t}\right], \tag{24}$$

に修正される。(24)式から明らかなように，x_t の成長率は自然資本の再生率の影響を受け，(20a)式よりさらにそれは採取率の影響も受ける。つまりこのケースでは，最終財市場均衡と自然均衡を分離して分析することができず，(x_t, q_t, S_t) の３元連立微分方程式体系で分析する必要がある[8)]。

しかし，ここでは以下の手法にしたがって２つの均衡を分離した分析を試みたい。そのために(14a)式に注目する。生産要素市場均衡において(10)式が時間を通じて一定値をとることを念頭におくと，(14a)式左辺は時間を通じて一定でなければならない。ここでは $\Gamma_1=\Gamma S_t^{\beta}$ であることに注意すれば，この状況は(14a)式左辺から，

$$\frac{\dot{p}_t}{p_t}+\beta\frac{\dot{S}_t}{S_t}-(1-\alpha_1)\frac{\dot{k}_t}{k_t}=0,$$

を満たさなければならないことを意味する。この条件式を(22)式両辺を時間で微分した式に代入すると $\dot{\varepsilon}_t/\varepsilon_t=\dot{k}_t/k_t$，すなわちすべての時点において(24)式がゼロでなければならない。ゆえに t 期における x_t の値は，

$$x_t=\frac{1}{\phi\hat{\theta}}\left(\rho-(A_1-\tilde{\theta})f[N]-\beta(1-\phi)(1-\theta)\frac{\dot{S}_t}{S_t}\right), \tag{25}$$

と求められ，自然資本の再生率の影響を受けることが分かる。(16)式と比較すると，自然資本の増大（減少）局面では(24)式は第２基本モデルに比べて小さ（大き）くなる[9)]。このように各時点で x_t の値が定まると，t 期における経済成長率は，

$$\frac{\dot{k}_t}{k_t}=\frac{\dot{\varepsilon}_t}{\varepsilon_t}=\frac{1}{\hat{\theta}}\left(\bar{r}-\rho+\beta(1-\phi)(1-\theta)\frac{\dot{S}_t}{S_t}\right)\equiv\gamma_t, \tag{26}$$

で与えられる[10)]。つまり自然資本の変化が止まるときのみ成長率が(18)式に等しくなり，それ以外の状況では(18)式と異なる水準で持続的に成長することが分かる。

8）この点については数学付録Aを参照のこと。

9）こうして決まる x_t の時間経路は，一見発散するようで発散しない。このことを後出図７のケース(a)を使って簡単に説明する。

図の A 点から出発して北東方向へ向かう移行経路上では自然資本は順調に増加する。だが時間の経過とともにその伸びは鈍化するから，(25)式は，

$$\frac{\rho-(A_1-\tilde{\theta})f[N]}{\phi\hat{\theta}}, \tag{$*$}$$

に近づいていく。そしてある τ 期において移行経路が $\dot{S}_\tau=0$ に到達すると，(24)式は(＊)式に一致する。さらにこれを過ぎて移行経路が北西方向に向きを変えると自然資本が減少するから，(25)式は(＊)式を上回る。だが自然資本が減少するといってもマイナスの再生率は有限値に留まるから，(24)式も有限値に留まるだろう。つまり x_t の動きは有限値の範囲を増加し，発散することはない。この様子は注図に示してある。なおこの図において B はここで説明した x_t の時間経路，A は第２基本モデルにおけるそれを表している。そしてこの性質は，次節においても保持される。

7.2. 自然均衡

第2拡張モデルⅠでは，最終財市場において経済成長率が自然資本の影響を受けつつも持続的に成長する。そのとき自然均衡は第2基本モデルからどのように修正されるのだろうか？

ここでの採取率は $q_t=\tilde{\Gamma}Nk_t^{\alpha_1}/S_t^{1-\beta}$ である。そして経済成長率が(26)式であることに注意すると，採取率の成長率は，

$$\frac{\dot{q}_t}{q_t}=\alpha_1\gamma+s[\beta]\left\{\sigma\left(1-\frac{S_t}{\Sigma}\right)-q_t\right\}, \tag{27}$$

$$s[\beta]\equiv\beta\left(1+\frac{\alpha_1(1-\phi)(1-\theta)}{\hat{\theta}}\right)-1,$$

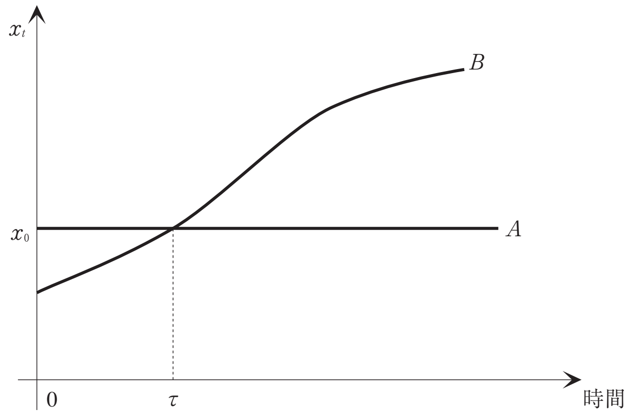
で与えられ，これと(20a)式で第2拡張モデルⅠにおける自然均衡が記述される。だが(27)式の運動方向の性質は，$s[\beta]$ の符号条件に依存する。

$$s[\beta]\gtreqless 0 \iff \beta\gtreqless\frac{1}{1+\alpha_1(1-\phi)(1-\theta)/\hat{\theta}}\equiv\tilde{\beta}.\text{（複号同順）}$$

この符号条件を念頭において位相図を描くと，図7のように2つのケースが存在する。

ここでケース(a)は $\beta>\tilde{\beta}$ のときの位相図である。これを見ると，(27)式から得られる位相線が(20a)式から得られる位相線の上に位置し，図6と異なってはいる。だが初期状態からの移行経路の性質は図6と基本的に同じである。たとえば図の A 点から始まる移行経路では，当初北東方向に進んでいた経路が早い段階で北西方向に向きを変える。そして究極的に移行経路は縦軸に漸近し，自然資本を枯渇させる結果をもたらすであろう。

他方ケース(b)は $\beta<\tilde{\beta}$ のときの位相図である。これをみると，2つの位相線の位置関係お

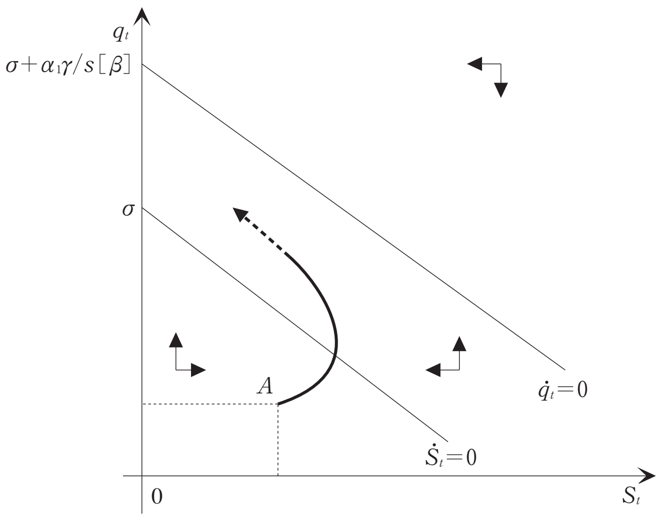


注図　x_t の時間経路

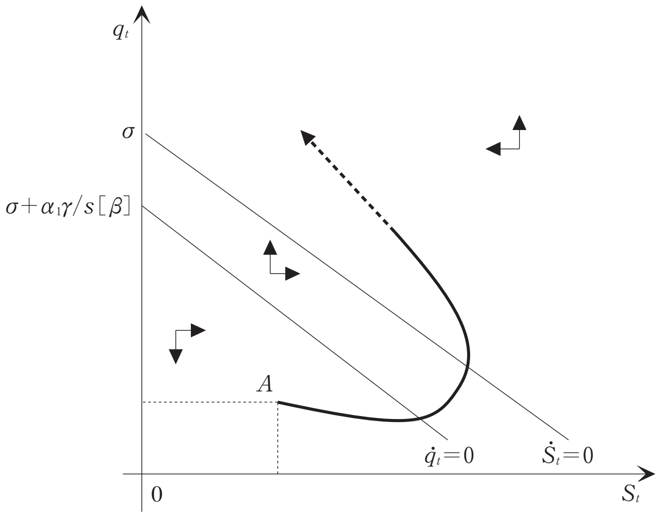
10）もちろん(25)式は非正であってはならない。そして(26)式が非負の値をとるためには，自然資本の再生率が，

$$-\frac{\bar{r}-\rho}{\beta(1-\phi)(1-\theta)}\leq\frac{\dot{S}_t}{S_t}<\frac{\rho-(A_1-\tilde{\theta})f[N]}{\beta(1-\phi)(1-\theta)}<\sigma,$$

の範囲になければならない。だが経済成長が持続的にマイナス成長であっても，(25)式が不変である限り以下の議論の本質的影響は受けない。だから自然資本再生率の上限のみを以下では仮定する。



(a)　$\beta>\tilde{\beta}$ のケース



(b)　$\beta<\tilde{\beta}$ のケース

図７　第２拡張モデルⅠにおける自然均衡

よび３つの領域での運動方向は図６と変わらない。そのため，A 点を起点とする移行経路も図６と同様，南東→北東→北西と推移していく。ゆえにこのケースにおいても究極的には縦軸に漸近し，自然資本を採取し尽くす結果となるであろう。この結論を次の命題にまとめておく。

Proposition. 4　*第１部門の生産技術が自然資本に依存する場合であっても，第２部門における正の外部性を源泉とする経済の持続的成長が実現する限り，自然資源は最終的に枯渇する。*

β は生産性パラメータ Γ_1 の水準を決定するのに重要な意味を持つ。たとえば β が十分小さいとき，仮に自然資本が豊富に存在しても Γ_1 は低水準にとどまるだろう。だから自然資本の増加局面であっても，これは大きくは増加しない。それに加えて(26)式から経済成長率も（第２基本モデルより高水準とはいえ）さほど高水準にはならないだろう。このことは，図７のケース(b)のように大回りの移行経路をたどることで示されているといえる。

その意味で，β が十分大きい状況は驚くべき結果だといえる。自然資本の増加局面では生産性パラメータが大きく増加するとともに物的資本の成長率も高水準となる。この相乗効果によって原料が大量に採取され，図７のケース(a)のように早い段階で自然資本が減少するようになる。だが自然資本が減少局面に入っても，生産性の低下が物的資本の順調な第１部門への投入によって減殺され，結局高い採取率が持続されてしまう。つまり，経済の持続的成長が実現しているもとで第１部門の生産技術が自然資本に依存する状況は，自然資本の持続可能性をもたらすメカニズムとして有効に機能しないことをこの Proposition は主張している[11)]。

8．第２基本モデルの拡張（その２）　～アメニティの存在～

ところで自然資本は一次産品生産の基盤や工業製品の原料となるばかりではない。その存在自体が，「景色のよさ」や「住み心地のよさ」といったアメニティとして消費者の効用に直接作用する。本節では，第２基本モデルに Krautkraemer〔1985〕にしたがった消費者のアメニティを追加した状況（以下「第２拡張モデルⅡ」）について検討する。具体的には，これまで本稿で用いてきた瞬間効用関数を，

$$u[c_t,\ b_t;\ S_t]=mS_t^{\varphi}\cdot\frac{(c_t^{\phi}b_t^{1-\phi})^{1-\theta}-1}{1-\theta},$$

に修正する（$m>0$ および $\varphi\geq 0$ はパラメータである）。このとき消費者レベルでの支出額の運動方程式は(9a)式から，

$$\frac{\dot{\varepsilon}_t}{\varepsilon_t}=\frac{1}{\theta}\left\{r_t-\rho+\varphi\frac{S_t}{S_t}-(1-\phi)(1-\theta)\frac{\dot{p}_t}{p_t}\right\}, \tag{28}$$

に修正される。なおそれ以外の状況は第２基本モデルと同じであるとする。

11）このケースにおける第１財価格の変化率の性質を確認しておく。
　生産要素市場均衡を満足するためには，最終財市場において x_t の成長率がゼロでなければならない。このことを踏まえると，(22)式および(26)式から第１財価格の変化率は，

$$\frac{\dot{p}_t}{p_t}=(1-\alpha_1)\gamma-\frac{\beta\theta}{\hat{\theta}}\frac{\dot{S}_t}{S_t},$$

と計算でき，自然資本の増加（減少）局面において第１財価格は低下（上昇）することが分かる。その理由は簡単である。たとえば自然資本の増加局面では経済成長率が高まる。これを通じて蓄積された物的資本は着実に第１部門に投入され，同時に生産性パラメータも上昇する。この相乗効果で第１財の生産拡大は経済成長率を上回る規模で実現する。つまり需要増を上回る供給増が実現するため，第１財価格は低下していくのである。

8.1．最終財市場均衡

第１部門の生産技術は(１)式のままである。このことから生産要素市場均衡は(10)式，最終財市場均衡における第１財価格は(12)式で変わらず与えられる。そこでこれまでと同様，第２拡張モデルⅡにおける最終財市場均衡として重要な x_t の成長率を計算すると，(12)式，(15a)式および(28)式から，

$$\frac{\dot{x}_t}{x_t}=\frac{1}{\tilde{\theta}}\left[\phi\hat{\theta}x_t+(A_1-\tilde{\theta})f[N]-\rho+\varphi\frac{\dot{S}_t}{S_t}\right], \tag{29}$$

となる。(29)式も自然資本再生率の影響を受けるため，この場合においても厳密には３元連立微分方程式体系として分析する必要がある[12)]。

しかしここでも，第２拡張モデルⅠと同様の方法を採用したい。生産要素市場の均衡を満足するためには，第１財価格の変化は $\dot{p}_t/p_t\equiv(1-\alpha_1)(\dot{k}_t/k_t)$ とならなければならない。これと(12)式を利用すると，前節と同様に $\dot{\varepsilon}_t/\varepsilon_t=\dot{k}_t/k_t$，すなわちすべての時点において(29)式がゼロでなければならない。ゆえに，

$$x_t=\frac{1}{\phi\hat{\theta}}\left(\rho-(A_1-\tilde{\theta})f[N]-\varphi\frac{\dot{S}_t}{S_t}\right),$$

によって t 期における x_t の値が決まり，これを(15a)式に代入すれば t 期の経済成長率は，

$$\gamma_t=\frac{1}{\hat{\theta}}\left(\bar{r}-\rho+\varphi\frac{\dot{S}_t}{S_t}\right), \tag{30}$$

で与えられる。この式は(26)式と同じ構造を持っていることが分かる[13)]。

8.2．自然均衡

第２拡張モデルⅡにおける自然均衡は(１)式，(20a)式および(30)式を用いて計算される採取率の変化率，

$$\frac{\dot{q}_t}{q_t}=\alpha_1\gamma+v[\varphi]\left\{\sigma\left(1-\frac{S_t}{\Sigma}\right)-q_t\right\}, \tag{31}$$

$$v[\varphi]\equiv\frac{\alpha_1}{\hat{\theta}}\cdot\varphi-1,$$

と(20a)式によって記述される。そして(31)式の運動の性質は，

$$v[\varphi]\gtreqless 0 \iff \varphi\gtreqless\frac{\theta+(1-\alpha_1)(1-\phi)(1-\theta)}{\alpha_1}\equiv\tilde{\varphi},\ (\text{複号同順})$$

というパラメータ条件によって異なってくる。だが条件こそ違えども，(31)式の基本構造は(27)式と同じであるから，(20a)式および(31)式から得られる位相図は図７と同じ性質を持つ。ゆえに次の命題が成立する。

12）第２拡張モデルⅡにおける局所安定性については数学付録Ｂで検討している。

13）前節と同様，ここでも自然資本再生率の上限に関する仮定をおく。

$$\frac{\dot{S}_t}{S_t}<\frac{\rho-(A_1-\tilde{\theta})f[N]}{\varphi}<\sigma.$$

Proposition. 7　*消費者が自然資本からのアメニティを重視する選好を持つ場合においても，経済の持続的成長が実現する限り自然資本は最終的に枯渇する。*

たとえば φ の値が十分小さいことは，消費者が自然資本をアメニティとしてほとんど重視しないことに対応している。このとき自然資本の増大局面であってもそれがアメニティの拡充と感じる程度は低く，支出額成長の伸びは緩やかなものになる。これと同一歩調で物的資本も成長するから，第１部門による自然資本の採取拡大もかなり緩やかなものになる。そのため移行経路はかなりゆっくり推移すると予測させる。

ところが φ の値が十分大きいときには上記とは真逆の事態が生じる。つまり消費者が自然資本をアメニティとして捉えるとそれを守ろうとする動機が働きそうだが，このモデルからはそれが経済成長の伸びを加速させ，却って自然資本の減少を早めてしまうことになる。経済の持続的成長が実現する世界においては，消費者のアメニティとしての自然資本の捉え方そのもので自然資本が持続することはない。これが Proposition. 5 の示すところである[14)]。

9．まとめにかえて

本稿では，社会計画者や再生可能資源の所有（ないしは利用）者による共同管理を捨象した上で，各経済主体が再生可能資源の運動方程式を制約条件としないという意味で無自覚的にそれを利用する純粋市場経済下において，いかなる条件のもとで再生可能資源が持続可能なのかについて検討してきた。その結果は次のようにまとめることができる。

⑴　①環境許容量が経済活動に比して十分大きい，②定常状態における１人当たり物的資本がある閾値未満で不変である，③所与の物的資本の初期値に対して再生可能資源の初期値がそれを増大させる水準で存在する，これら諸条件をすべて満足するとき，再生可能資源は持続可能である。

⑵　（源泉は何であれ）経済の持続的成長が実現するとき，再生可能資源は最終的に枯渇する。

⑶　⑵の結論は，第１部門の生産技術が再生可能資源に依存する場合や，消費者の効用が再生可能資源に依存する場合であっても変わらない。

14）第２拡張モデルⅠと比較して，このケースにおける第１財価格の変化率の性質はかなり異なる。これは $\dot{p}_t/p_t \equiv (1-\alpha_1)\gamma_t$ に(30)式を代入して，

$$\frac{\dot{p}_t}{p_t} = (1-\alpha_1)\gamma + \frac{(1-\alpha_1)\varphi}{\hat{\theta}}\frac{\dot{S}_t}{S_t},$$

と計算できる。これを見ると分かるとおり，自然資本の増加（減少）局面において第１財価格は上昇（低下）し，第２拡張モデルⅠと対照的になっている。それは以下の理由による。

たとえば自然資本の増加局面は消費者にとってアメニティの拡充を意味する。それが支出額，すなわち物的資本成長を加速させる。蓄積された物的資本は順次第１部門に投入されるが，第２拡張モデルⅠと異なって，ここでは生産性パラメータは不変であるから原料採取の伸び自体は物的資本（および支出額）のそれに比べると小さい。つまり，第１財に対する需要増に対応した供給増が実現しないため，このようなことが生じるのである。

Hartwick〔1978〕が示した再生可能資源を含んだ動学的効率性は，１部門モデルにおいて①人口成長がない，②技術進歩がない，という２つの前提のもとで導出される。第１基本モデルで得られた帰結は，Hartwick ルールが①および②を満たす２部門モデルに拡張されることを示唆している。ところが第１拡張モデルや第２基本モデルのように経済の持続的成長が実現する状況では，経済は Hartwick ルールに向かって推移しない。この性質は第２拡張モデルⅠおよびⅡであっても変わらない[15]。

本稿で検討した，第２基本モデルをもとにした２つの拡張モデルから意外な結論を導出した。それは第１部門の生産技術が再生可能資源に大きく依存する（β が十分大きい），消費者が再生可能資源におけるアメニティ性を重視する（φ が十分大きい）もとでも，その存在自体で再生可能資源の利用を抑制するメカニズムとはならないことである。この結論が得られる１つの原因は，最終財市場均衡の動きで第１財価格は変動するのだが，それが生産要素市場において生産要素の配分に影響を及ぼさない点にあると思われる[16]。生産要素市場均衡が不変であるように第１財価格が変動すると仮定することで，経済成長率が再生可能資源の再生率に依存する形で規定される。そして再生可能資源の減少局面では，経済成長率の低下を通じて再生可能資源の利用を抑制するメカニズムが働く。その反面，生産要素市場均衡が不変であるため蓄積された物的資本が順次第１部門に投入される。本稿では，経済の持続的成長を通じた第１部門への物的資本投入の持続が，経済成長が低下する局面であっても再生可能資源の持続には至らないことを示唆している。

逆に言えば，経済の持続的成長のもとで第１財価格の変動を通じて生産要素市場における生産要素配分が行われ，そのことで再生可能資源の持続が実現できるのだろうか？　もし第２基本モデルでそれが実現可能ならば，拡張モデルで検討した事項は実現可能性を広げるものになるのだろうか？　この点は気がかりではあるが，いずれにしても，経済の持続的成長のもとで再生可能資源が最終的になくなってしまうという結論は，問題の根深さを浮き彫りにしていると言えよう。

数学付録　３元連立微分方程式体系の局所安定性

本論第７節以降で検討した２つの拡張モデルにおいて，最終財市場均衡および自然均衡が相互依存関係にあるため，厳密には３元連立微分方程式体系で分析しなければならない。そこでここでは，第７節および第８節で検討した拡張モデルをもとにして，それぞれの３元連立微分方程式体系の局所安定性について吟味していこう[17]。

15）もちろん第２拡張モデルⅠでは(26)式より $\dot{S}_t/S_t=-((\bar{r}-\rho)/\beta(1-\phi)(1-\theta))\cdot\gamma$，第２拡張モデルⅡでは(30)式より $\dot{S}_t/S_t=-((\bar{r}-\rho)/\varphi)\cdot\gamma$，すなわち自然資本の減少局面のある特定状況のときのみ Hartwick ルールが実現する。だがこれが成立するのは一般的に一瞬でしかなく，永続はしない。

16）本稿での検討はできなかったが，Gazzavillan and Muse〔1998〕のように，工業部門が引き起こす環境汚染に対して物的資本を投入するが，それは工業部門の生産性に貢献しないケースであれば，生産要素市場均衡への影響があるかもしれない。

17）再生可能資源を含んだマクロ体系の安定性を分析したものにはいくつかあるが，その代表として

Ａ．第２拡張モデルⅠ

第２拡張モデルⅠにおいて，最終財市場均衡および自然均衡の記述に必要な微分方程式は本論(６)，(15a)，(23)の各式，

$$\frac{\dot{k}_t}{k_t}=f[N]-\phi x_t, \tag{A1}$$

$$\frac{\dot{\varepsilon}_t}{\varepsilon_t}=\frac{1}{\tilde{\theta}}\left(\frac{\alpha_2}{1-h_K}f[N]-\rho+(1-\phi)(1-\theta)\left(\alpha_1\frac{\dot{k}_t}{k_t}+\beta\frac{\dot{S}_t}{S_t}\right)\right), \tag{A2}$$

$$\frac{\dot{S}_t}{S_t}=\sigma\left(1-\frac{S_t}{\Sigma}\right)-q_t, \tag{A3}$$

および，

$$\frac{\dot{q}_t}{q_t}=\alpha_1\frac{\dot{k}_t}{k_t}-(1-\beta)\frac{\dot{S}_t}{S_t}, \tag{A4}$$

である。これらを利用すれば，第２拡張モデルⅠでは(A3)式および以下の微分方程式からなる３元連立方程式体系に集約することができる。

$$\frac{\dot{x}_t}{x_t}=\frac{1}{\tilde{\theta}}\left[\phi\hat{\theta}x_t+\beta(1-\phi)(1-\theta)\left\{\sigma\left(1-\frac{S_t}{\Sigma}\right)-q_t\right\}+(A_1-\tilde{\theta})f[N]-\rho\right], \tag{A5}$$

$$\frac{\dot{q}_t}{q_t}=-\alpha_1\phi x_t-(1-\beta)\left\{\sigma\left(1-\frac{S_t}{\Sigma}\right)-q_t\right\}+\alpha_1 f[N]. \tag{A6}$$

以下この連立微分方程式体系を〈体系Ａ〉とよぶことにする。

さて〈体系Ａ〉における定常状態は，

$$\sigma\left(1-\frac{S^*}{\Sigma}\right)=q^*, \tag{A7}$$

$$x^*=\frac{1}{\phi\hat{\theta}}\{\rho-(A_1-\tilde{\theta})f[N]\}, \tag{A8-1}$$

$$x^*=f[N]/\phi, \tag{A8-2}$$

という関係式が成立する。ところが(A8)の２つの式が一般的に等しくなる必然はなく，両者が一致するためには，

$$f[N]=\frac{\rho(1-h_K)}{\alpha_2}, \tag{A9}$$

というパラメータ条件を満たさなければならない[18]。ここでは(A9)式が成立するとして，次に〈体系Ａ〉を定常状態の近傍で線形近似する。その係数行列は，

Wirl〔1999〕をあげておく。彼は再生可能資源の採取に調整費用がかかる最適成長モデルにおける安定性について分析し，リミット・サイクルが生じる可能性について指摘している。ただし彼のモデルでは，われわれのように物的資本を含んだモデルにはなっていない。

18）この条件は，本論(18)式より $\gamma=0$ であることを意味する。そして(A7)式を加味すると，本論(26)式において $\gamma_t=0$，すなわち経済成長が完全に停止することを意味する。

$$\begin{pmatrix} \dfrac{\phi\hat{\theta}}{\tilde{\theta}} & -\dfrac{\beta(1-\phi)(1-\theta)}{\tilde{\theta}} & -\dfrac{\beta\sigma(1-\phi)(1-\theta)}{\tilde{\theta}\Sigma} \\ -\alpha_1\phi & 1-\beta & \dfrac{\sigma(1-\beta)}{\Sigma} \\ 0 & -1 & -\dfrac{\sigma}{\Sigma} \end{pmatrix},$$

で与えられる。ここから特性方程式，

$$\lambda^3-\left(1-\beta-\frac{\sigma}{\Sigma}+\frac{\phi\hat{\theta}}{\tilde{\theta}}\right)\lambda^2+\frac{1}{\tilde{\theta}}\left\{\left(1-\beta-\frac{\sigma}{\Sigma}\right)\phi\hat{\theta}-\beta A_2\right\}\lambda=0,$$

が得られ，特性根は $\lambda=0$ および，

$$\lambda=\frac{1}{2}\left\{1-\beta-\frac{\sigma}{\Sigma}+\frac{\phi\hat{\theta}}{\tilde{\theta}}\pm\sqrt{\left(1-\beta-\frac{\sigma}{\Sigma}-\frac{\phi\hat{\theta}}{\tilde{\theta}}\right)^2+\frac{4\beta A_2}{\tilde{\theta}}}\right\}, \tag{A10}$$

と簡単に計算できる。

ここで(A10)式における大なる特性根を λ^+ とする。そして β の値に注目して，その性質をチェックしていく。

① $\beta=0$ のとき，$\lambda^+=1-\dfrac{\sigma}{\Sigma}>0,$

② $\beta=1$ のとき，$\lambda^+=\dfrac{1}{2}\left\{-\dfrac{\sigma}{\Sigma}+\dfrac{\phi\hat{\theta}}{\tilde{\theta}}+\sqrt{\left(\dfrac{\sigma}{\Sigma}+\dfrac{\phi\hat{\theta}}{\tilde{\theta}}\right)^2+\dfrac{4A_2}{\tilde{\theta}}}\right\}>0,$

③ $\dfrac{\partial\lambda^+}{\partial\beta}=\dfrac{1}{2}\left\{-1+\dfrac{-\left(1-\beta-\dfrac{\sigma}{\Sigma}-\dfrac{\phi\hat{\theta}}{\tilde{\theta}}\right)+\dfrac{2A_2}{\tilde{\theta}}}{\sqrt{\left(1-\beta-\dfrac{\sigma}{\Sigma}-\dfrac{\phi\hat{\theta}}{\tilde{\theta}}\right)^2+\dfrac{4\beta A_2}{\tilde{\theta}}}}\right\}\gtreqless 0 \iff 1-\dfrac{\sigma}{\Sigma}\lesseqgtr\phi,$（複号同順）

性質①および②は，β における定義域の両端において λ^+ が確実に正値を取ることを表している。他方性質③は，β の限界的変化に対する λ^+ の増減方向の条件を表している。だがこの条件は β に依存しない。これは，λ^+ が与えられた β の範囲において極値を持たない一様な関数であることを表している。以上のことから，(A10)式の大なる特性根 λ^+ が確実に正値であることが分かり[19)]，次の定理が成立する。

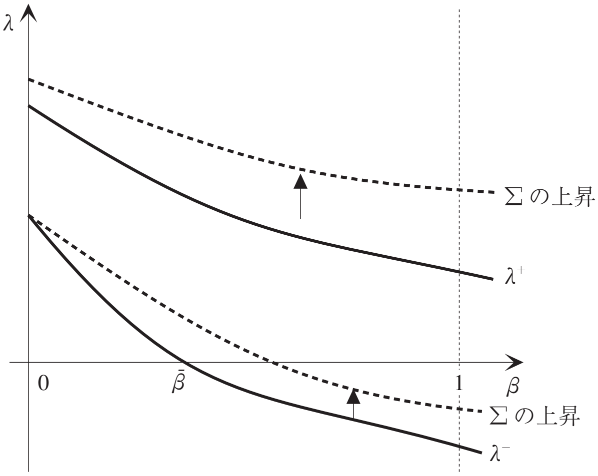
Theorem. A　*〈体系 A〉は定常状態の近傍で不安定である。*

ここの文脈で言えば，線形近似体系の特性根は定常状態近傍での発散速度を表している。

19）なお(A10)式における小なる特性根 λ^- の正負については，

$$\lambda^-\gtreqless 0 \iff \beta\lesseqgtr\left(1-\frac{\sigma}{\Sigma}\right)\frac{\hat{\theta}}{\tilde{\theta}}\equiv\bar{\beta},\ \text{（複号同順）}$$

という条件が成立する。つまりパラメータ β が閾値 $\bar{\beta}$ を超えて大きいとき，これが負値を取ることがわかる。



付図1　特性根 λ の性質

ではその速度がどのような要因で変わるのか，これを検討するのは価値があろう。以下では(A10)式の性質について概略しよう。

上記の性質③から，$1-\sigma/\Sigma>\phi$ のケースを付図1に示しておく[20]。これをみると分かる通り，β の値が大きくなるほどに2つの特性根は小さくなり，この値が大きいほど発散速度が遅くなる性質を持つことが分かる。他方 β 一定のもとで，Σ が上昇するとどうなるか。λ^+ については確実に上昇する。λ^- についても，

$$\frac{\partial\lambda^-}{\partial\Sigma}=\frac{\sigma}{2\Sigma^2}\left\{1-\frac{\left(1-\beta-\dfrac{\sigma}{\Sigma}-\dfrac{\phi\hat{\theta}}{\tilde{\theta}}\right)}{\sqrt{\left(1-\beta-\dfrac{\sigma}{\Sigma}-\dfrac{\phi\hat{\theta}}{\tilde{\theta}}\right)^2+\dfrac{4\beta A_2}{\tilde{\theta}}}}\right\}\gtreqless 0 \iff \frac{4A_2\beta}{\tilde{\theta}}\gtreqless 0,\text{（複号同順）}$$

により上昇することが分かる。つまり Σ の値が大きいほど発散速度が高まり，第1基本モデルで得られた結論と著しい対照を成していることがわかる。

B．第2拡張モデルⅡ

第2拡張モデルⅡで使用される微分方程式をすべて列挙すると，

$$\frac{\dot{\varepsilon}_t}{\varepsilon_t}=\frac{1}{\tilde{\theta}}\left(\frac{\alpha_2}{1-h_K}f[N]-\rho+\varphi\frac{\dot{S}_t}{S_t}+\alpha_1(1-\phi)(1-\theta)\frac{\dot{k}_t}{k_t}\right), \tag{B1}$$

$$\frac{\dot{q}_t}{q_t}=\alpha_1\frac{\dot{k}_t}{k_t}-\frac{\dot{S}_t}{S_t}, \tag{B2}$$

20）λ^+ と縦軸との交点は $1-\sigma/\Sigma$，λ^- と縦軸との交点 $\phi\hat{\theta}/\tilde{\theta}$ はである。この場合においても $\lambda^+>\lambda^-$ が成立しなければならず，

$$1-\frac{\sigma}{\Sigma}>\frac{\phi\hat{\theta}}{\tilde{\theta}},$$

を満たさなければならない。ただし $\hat{\theta}<\tilde{\theta}$ であるので，$1-\sigma/\Sigma>\phi$ を仮定する限り上記不等式は満足する。この条件は次節にも該当する。

および(A1)式，(A3)式である。これらを利用すれば，第２拡張モデルⅡは前項と同様，(A3)式および以下の微分方程式からなる３元連立方程式体系に集約できる。以下これを〈体系Ｂ〉とよぶことにする。

$$\frac{\dot{x}_t}{x_t}=\frac{1}{\tilde{\theta}}\left[\phi\hat{\theta}x_t+\varphi\left\{\sigma\left(1-\frac{S_t}{\Sigma}\right)-q_t\right\}+(A_1-\tilde{\theta})f[N]-\rho\right], \tag{B3}$$

$$\frac{\dot{q}_t}{q_t}=-\alpha_1\phi x_t+q_t-\sigma\left(1-\frac{S_t}{\Sigma}\right)+\alpha_1 f[N]. \tag{B4}$$

〈体系Ｂ〉においても，定常状態は(A7)式および(A8)式の関係式がそのまま成立する。そのため，ここでも(A9)式が成立している状況を念頭において検討する。

〈体系Ｂ〉を定常状態の近傍で線形近似すると，その係数行列は，

$$\begin{pmatrix} \dfrac{\phi\hat{\theta}}{\tilde{\theta}} & -\dfrac{\varphi}{\tilde{\theta}} & -\dfrac{\varphi\sigma}{\tilde{\theta}\Sigma} \\ -\alpha_1\phi & 1 & \dfrac{\sigma}{\Sigma} \\ 0 & -1 & -\dfrac{\sigma}{\Sigma} \end{pmatrix},$$

で与えられる。ここから特性方程式は，

$$\mu^3-\left(1-\frac{\sigma}{\Sigma}+\frac{\phi\hat{\theta}}{\tilde{\theta}}\right)\mu^2+\frac{\phi}{\tilde{\theta}}\left\{\left(1-\frac{\sigma}{\Sigma}\right)\hat{\theta}-\alpha_1\varphi\right\}\mu=0,$$

と導出できる。よって特性根は $\mu=0$ および，

$$\mu=\frac{1}{2}\left\{1-\frac{\sigma}{\Sigma}+\frac{\phi\hat{\theta}}{\tilde{\theta}}\pm\sqrt{\left(1-\frac{\sigma}{\Sigma}-\frac{\phi\hat{\theta}}{\tilde{\theta}}\right)^2+\frac{4\alpha_1\phi\varphi}{\tilde{\theta}}}\right\}, \tag{B5}$$

と簡単に計算することができる。だがこの場合にも(B5)式における大なる特性根 μ^+ が確実に正値である[21]こと容易にわかるから，次の定理が成立する。

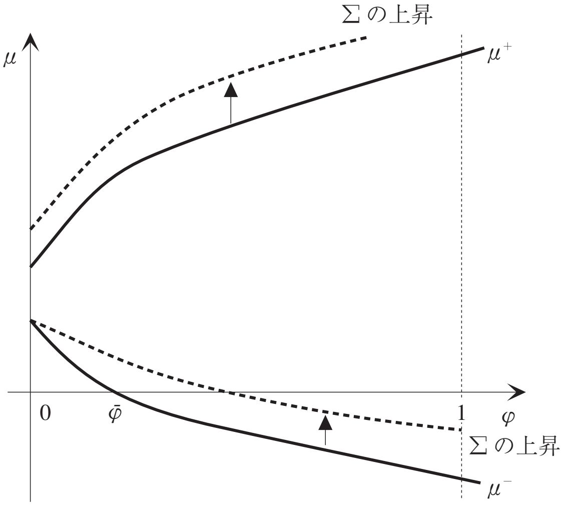
Theorem. B　*〈体系Ｂ〉は定常状態の近傍で不安定である。*

次に(B5)式を φ の関数として図示してみよう。それが付図２である。微分するまでもなく μ^+ は φ の増加関数，μ^- は φ の減少関数であり，さらに μ^- は φ が１に近づくほどに負値となる。この結果は〈体系Ａ〉と対照的に，φ の値が大きくなるほどに発散速度が高くなることを表している。ところが Σ が(B5)式に与える効果については，(A10)式と同じ性質を持つ。すなわち付図２のように，Σ が上昇すると２つの特性根を表す曲線が上にシフトし，

21）ちなみに小なる特性根 μ^- の正負の条件は，

$$\mu^-\gtreqless 0 \iff \varphi\lesseqgtr\left(1-\frac{\sigma}{\Sigma}\right)\frac{\hat{\theta}}{\alpha_1}\equiv\bar{\varphi},\ （複号同順）$$

によって与えられる。つまりこの場合にも〈体系Ａ〉の場合と同様，上記パラメータ条件によって μ^- が負値となる場合がある。



付図２　特性根μの性質

〈体系Ｂ〉における発散速度が高まることがわかる。この点についても，第１基本モデルとは対照的な結論となっている。

参　考　文　献

Beltratti, A., G. Chichilnisky, and G. Heal〔1998〕, “Sustainable Use of Renewable Resources”. in G. Chichilnisky, G. Heal, and A. Vercelli (ed.) *Sustainability: Dynamics and Uncertainty* Kluwer Academic Publishers, pp. 49-76

Bovenberg, A.L. and S. Smulders〔1995〕, “Environmental Quality and Pollution-augmenting Technological Change in a Two-sector Endogenous Growth Model”. *Journal of Public Economics* **57** pp. 369-391

Chichilnisky, G., G. Heal, and A. Beltratti〔1995〕, “The Green Golden Rule”. *Economics Letters* **49** pp. 175-179

Clark, C. W., F. H. Clarke, and G. R. Munro〔1979〕, “The Optimal Exploitation of Renewable Resource Stock: Problems of Irreversible Investment”. *Econometrica* **47** pp. 25-47

Conrad, J. M. and C. W. Clark〔1988〕, *Natural Resource Economics: Notes and problems.* Cambridge University Press

Conrad, J. M. and D. Ludwig〔1994〕, “Forest Land Policy: The Optimal Stock of Old-growth Forest”. *Natural Resource Modeling* **8** pp. 27-45

Gazzavillan, G. and I. Muse〔1998〕, “A Simple Model of Optimal Sustainable Growth”. in G. Chichilnisky, G. Heal, and A. Vercelli (ed.) *Sustainability: Dynamics and Uncertainty* Kluwer Academic Publishers, pp. 129-138

Hartwick, J. M.〔1977〕, “Intergenerational Equity and The Investing of Rents from Exhaustible Resource”. *American Economic Review* **67** pp. 972-974

Hartwick, J. M.〔1978〕, “Investing Returns from Depleting Renewable Resource Stocks and Intergenerational Equity”. *Economics Letters* **1** pp. 85-88

Katayama, S. and H. Ohta〔1999〕, “Sustainability in Small Open Economies under Uncertainty”. *Annals of Operations Research* **88** pp. 173-182

Krautraemer, J. A.〔1985〕, “Optimal Growth, Resource Amenities and the Preservation of Natural Environ-

ments". *Review of Economic Studies* **52** pp. 153-170
森岡洋〔2002〕「再生可能資源と最適成長」『三重法経』第120号 24-40頁
太田博史・片山誠一〔2001〕「再生可能資源の持続可能性：効用最大化と利潤最大化」『国民経済雑誌』第184巻第5号 17-29頁
Plourde, C.G.〔1970〕, "A Simple Model of Replenishable Natural Resource Exploitation". *American Economic Review* **60** pp. 518-522
Romer, P. M.〔1986〕, "Increasing Returns and Long-Run Growth". *Journal of Political Economy* **94** pp. 1002-1037
Tahvonen, O. and J. Kuuluvainer〔1991〕, "Optimal Growth with Renewable Resources and Pollution". *European Economic Review* **35** pp. 650-661
Wirl, F.〔1999〕, "Complex, Dynamic Environmental Policies". *Resource and Energy Economics* **21** pp. 19-41
藪田雅弘〔2004〕『コモンプールの公共政策』新評論
山下純一〔2005〕「不確実性下での再生可能資源の管理：モデル」『産業経済研究』第46巻第1号 63-76頁

Sustainability Conditions of Renewable Resource under Optimal Growth Model (2: Final)

Katsuyuki NAKAMURA

In previous paper, we show that renewable resource can be sustainable without technological progress under two-sector optimal growth model. That conditions are as follows: (1) potential capacity in the renewable resource is large enough compared with economic activities, (2) steady state level of the physical capital per capita is constant over time and smaller than the critical value of the physical capital determined by the potential capacity in the renewable resource, and (3) there must be the initial level of renewable resource which can generate a positive economic growth at initial time.

In this part of our paper, we extend the previous model to the case of endogenous growth derived from knowledge spillover in sector 2 (manufacturing sector). The key assumption of this model, sector 1 (agriculture (or fishery) sector) makes use of physical capital to produce the goods. But for this assumption, it is shown that renewable resource can never sustain at a positive level under endogenous growth model.

And we also examine the possibility of sustainability of renewable resource in this model toward two directions ; (1) introduction to sector1's technology with dependence on the renewable resource (fishery model), (2) introduction to consumer's utility derived from existence of it (amenity model). But since all of these don't contribute to the resource sustainability, we conclude that the existence of positive long-run growth rate would exhaust renewable resource from that economy. These extensions consist of three dimensional differential equations system. In mathematical appendix we also check the stability of these systems, and exhibit locally unstable property at steady state.